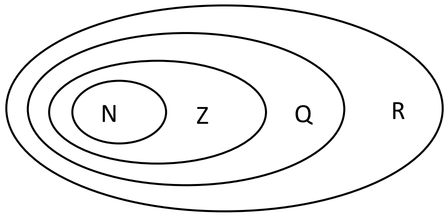
ALGEBRA

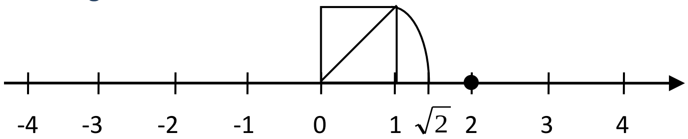
1 Strukturelles Denken

Zahlenmenge

Natürliche Zahlen	$\mathbb{N}$= {0, 1, 2, 3, …}
Ganzen Zahlen	$\mathbb{Z}$ = { …, -2, -1, 0, 1, 2, …}
Rationale Zahlen	$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0\right\}$
Irrationale Zahlen	π= 314159…, e = 2.718…
Reellen Zahlen	$\mathbb{R}$= Rationale und Irrationale Zahlen
Komplexe Zahlen	$\mathbb{C}$



Zahlengerade



Betrag

Schreibweise: |x|

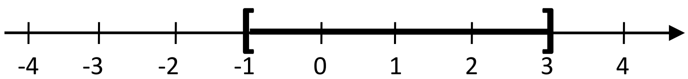
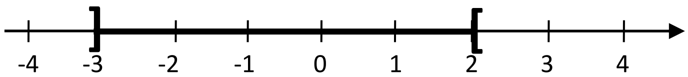
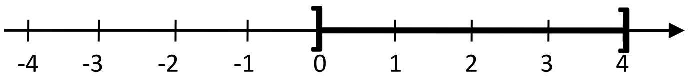
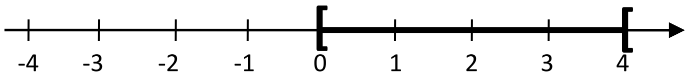
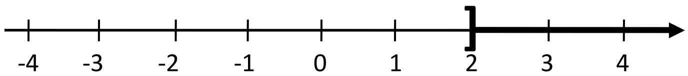
Definition: Der Betrag einer Zahl, ist der Abstand zum Nullpunkt.

$$|x| = \begin{cases} x, wenn\ x \geq 0 \\ -x, wenn\ x < 0 \end{cases}$$

Anwendung eines Betrags

|x-3| = 7	1. Fall x-3 ≥ 0	$\lvert x-3\rvert = x-3$	$x-3=7$	$L_1 = \{10\}$
	2. Fall x-3 < 0	$\lvert x-3\rvert = -(x-3)$	$3-x=7$	$L_2 = \{-4\}$

Intervalle

Intervall	Schreibweise		Intervalldarstellung
Geschlossenes Intervall	$[-1; 3]$	$-1 \leq x \leq 3$	
Offenes Intervall	$]-3; 2[$	$-3 < x < 2$	
Linksoffenes Intervall	$]0; 4]$	$0 < x \leq 4$	
Rechtsoffenes Intervall	$[0; 4[$	$0 \leq x < 4$	
Unendliche Intervalle	$]2; \infty[$	$2 < x < \infty$	

Zehnerpotenzen

10^{18}	Trillion	Exa	E	10^{-18}	Atto	a
10^{15}	Billiarde	Peta	P	10^{-15}	Femto	f
10^{12}	Billion	Tera	T	10^{-12}	Piko	p
10^{9}	Milliarde	Giga	G	10^{-9}	Nano	n
10^{6}	Million	Mega	M	10^{-6}	Mikro	µ
10^{3}	Tausend	Kilo	k	10^{-3}	Mili	m
10^{2}	Hundert	Hekto	g	10^{-2}	Zenti	c
10^{1}	Zehn	Deka	da	10^{-1}	Dezi	d

Mengen

A = $\{x \mid x \in N$ und $1 < x < 8\}$	A =	A ist
	{ x	die Menge aller x
	|	für die gilt
	$x \in N$ und 1 < x < 8}	x ist eine natürliche Zahl, die grösser als 1 und kleiner als 8 ist.

Leere Menge	Ø	$\{\ \} \neq \{0\}$	Eine „leere Menge" ist eine Menge, die keine Elemente enthält
Teilmenge	$\subset$	$T \subset A$	Liegt das Element der Menge T in A, dann sagen wir T ist eine Teilmenge von A
Teilmenge allgemein	$\subseteq$	$T \subseteq A$	A selbst ist eine Teilmenge von A. Die leere Menge ist eine Teilmenge von A
Element von	$\in$	$1 \in N$	1 ist ein Element von N
kein Element von	$\notin$	$1 \notin N$	-1 ist kein Element von N
Schnittmenge	$\cap$	$A \cap B = \{x \mid x \in A$ und $x \in B\}$	Die Menge aller Elemente, die in A und in B liegen, nennen wir die Schnittmenge
Vereinigungs-menge	$\cup$	$A \cup B = \{x \mid x \in A$ oder $x \in B\}$	Die Menge aller Elemente, die in A oder B liegen, nennen wir die Vereinigungsmenge
Differenzmenge	\	$A \setminus B = \{x \mid x \in A$ und $x \notin B\}$	A ohne B
Grundmenge	G		Die Menge, aus der Einsetzungen für die Variablen vorgegeben werden
Definitionsmenge	D		Die Menge aller Elemente, für die ein Term definiert ist

Grundrechenarten

Stufe	Rechenart		Umkehrung	
I	**Addition**	Summand + Summand = Summe	**Subtraktion**	Minuend – Subtrahend = Differenz
	$a+b=b+a$	Kommutativgesetz	$a-b\neq b-a$	~~Kommutativgesetz~~
	$(a+b)+c=a+(b+c)$	Assoziativgesetz	$(a-b)-c\neq a-(b-c)$	~~Assoziativgesetz~~
	$a+0=a$	Neutralelement	$a-0=a$	Neutralelement
	$a+(-a)=0$	Gegenzahl (Inverses)	$b-a=b+(-a)$	Addition der Gegenzahl
II	**Multiplikation**	Faktor*Faktor=Produkt	**Division**	Dividend/Divisor=Quotient
	$a*b=b*a$	Kommutativgesetz	$\frac{a}{b}\neq\frac{b}{a}$	~~Kommutativgesetz~~
	$(a*b)*c=a*(b*c)$	Assoziativgesetz	$\frac{\frac{a}{b}}{c}=\frac{a}{\frac{b}{c}}$	Assoziativgesetz
	$a*1=a$	Neutralelement	$\frac{a}{1}=a$	Neutralelement
	$a*\frac{1}{a}=1$	Kehrwert (Inverses)	$\frac{b}{a}=b*\frac{1}{a}$	Multiplikation mit dem Kehrwert
	$a*0=0$	Ein Produkt ist Null, wenn min. ein Faktor Null ist.	$\frac{b}{0}=\text{undefiniert}$	Division durch Null ist nicht definiert
III	**Potenz**	$b=a^x$ $Basis^{Faktor}$	**Radizieren**	$a=\sqrt[x]{b}$
	$a^1=a$	Neutralelement	**Logarithmieren**	$x=\log_a(b)$

Reihenfolge der Rechenoperationen

1. Klammer
2. Punkt vor Strich
3. Potenzieren vor Multiplizieren

Vorzeichen einer Potenz	$-2^4=-16$ $(-2)^4=16$ → Für negative Basen braucht es eine Klammer
Bruchstriche	Der Bruchstrich wirkt wie eine Klammer
Summen in Brüche	Über Summen kürzen nur die Dummen

Elementare Rechenregeln

-(-a) = a	Die Gegenzahl von (-a) ist a

-a=(-1)*a	Das Vorzeichen kann durch den Faktor (-1) ersetzt werden
-ab=-(a*b)=(-a)*b=a*(-b)	Multiplizieren mit (-1) heisst Gegenzahlbildung
(-a)*(-b)=ab $\frac{-a}{-b}=\frac{a}{b}$	Minus mal Minus gibt Plus
$-\frac{a}{b}=\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}$	Ein Minuszeihen vor einem Quotienten, ändert entweder das Vorzeichen des Zählers oder das Vorzeichen des Nenners

Klammerregeln

Auflösen von Plusklammern	$6a+(5b-2a) = 6a+5a-2a$	können weggelassen werden
Auflösen von Minusklammern	$6a-(5b-2a) = 6a-5a+2a$	Zeichen in Klammer tauschen
Geschaltete Klammern	$6a-[3c-(5b-2a)] = 6a-3c+5b-2a$	Klammer von innen auflösen
Ausmultiplizieren	$6\,(b+a)$ = 6b + 6a $6\,(b*a)$ = 6ba	
Ausmultiplizieren II	$(a+b)(c+d) = ac+ad++bc+bd$	

Binome & Vieta

1.	$(a+b)(a+b)=(\mathbf{a}+\mathbf{b})^2$	$a^2+ab+ab+b^2=\mathbf{a^2}+\mathbf{2ab}+\mathbf{b^2}$
2.	$(a-b)(a-b)=(\mathbf{a}-\mathbf{b})^2$	$a^2-ab-ab+b^2=\mathbf{a^2}-\mathbf{2ab}+\mathbf{b^2}$
3.	$(\mathbf{a}+\mathbf{b})(\mathbf{a}-\mathbf{b})$	$a^2-ab+ab-b^2=\mathbf{a^2}-\mathbf{b^2}$
Vieta	$(\mathbf{x}+\mathbf{a})(\mathbf{x}+\mathbf{b})$	$x^2+(a+b)x+a*b$ $\mathbf{x^2}+\mathbf{B}*\mathbf{x}+\mathbf{A}$ $\mathbf{A}=\mathbf{a}*\mathbf{b}$ $\mathbf{B}=\mathbf{a}+\mathbf{b}$

Faktorisieren (Ausklammern)

Ausklammern	$a*x^2*y-a*b*x^3=ax^2(y-bx)$
Stufenweises Ausklammern	$ax+ay+bx+by=a(x+y)+b(x+y)=(x+y)*(a+b)$

Memo 1: Faktorisieren

1. Gemeinsame Faktoren ausklammern	$a*x+b*x-c*x=x(a+b-c)$
2. Stufenweises Ausklammern	$a*x+b*x+a*y+b*y=x*(a+b)+y*(a+b)=(a+b)(x+y)$
3. Binomstruktur 1	$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
4. Binomstruktur 2	$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
5. Binomstruktur 3	$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
6. Vieta Struktur	$x^2+(a+b)x+a*b=(x+a)(x+b)$
7. Faktor erraten und Division ausführen	Faktoren erraten

Bruchterme

kürzen	$\frac{Z*\cancel{F}}{N*\cancel{F}}=\frac{Z}{N}$	$\frac{Z+F}{N+F}\neq\frac{Z}{N}$	erweitern	$\frac{Z}{N}=\frac{Z*F}{N*F}$
Addition I	$\frac{Z_1}{N}+\frac{Z_2}{N}=\frac{Z_1+Z_2}{N}$		Addition II	$\frac{Z_1}{N_1}+\frac{Z_2}{N_2}=\frac{Z_1*N_2+Z_2*N_1}{N_1*N_2}$
Multiplikation	$\frac{Z}{N}*\frac{F}{F}=\frac{Z*F}{N*F}$		Division	$\frac{Z_1}{N_1}/\frac{Z_2}{N_2}=\frac{Z_1}{N_1}*\frac{N_2}{Z_2}=\frac{Z_1*N_2}{N_1*Z_2}$
Minuszeichen	$-\frac{a}{b}=\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}$			

Memo 2: Addition von ungleichnamigen Brüchen

1. Brüche vollständig kürzen
2. kgV (kleinstes gemeinsames Vielfachen) der Nenner berechnen
3. Zähler erweitern für Hauptnenner

Fallunterscheidung:

$-1-|a-3| \leq 0$

Fall 1	$a-3 \geq 0 \rightarrow |a-3| = a-3$		$R_1 = [3;\infty[$		
	$-1-(a-3) \leq 0$	$a \geq 2$	$D_1 = [2;\infty[$	$L_1 = R_1 \cap D_1$	$L_1 = [3;\infty[$
Fall 2	$a-3 < 0 \rightarrow |a-3| = 3-a$		$R_1 =]-\infty;3[$		
	$-1-(3-a) \leq 0$	$a \leq 4$	$D_1 =]-\infty;4]$	$L_1 = R_1 \cap D_1$	$L_1 =]-\infty;3[$
				$L = L_1 \cup L_1$	$L =]-\infty;\infty[$

Memo 3: Divisionsalgorithmus

Beispiel	Beispiel mit Parameter
$(x^2+2x+1)/(x+1) = x+1$ $\underline{x^2+x}$ $x+1$ $\underline{x+1}$ 0	$(x^4-x^3+x^2-x+a):(x-2) = x^3+x^2+3x+5$ $\underline{x^4-2x^3}$ x^3+x^2-x+a $\underline{x^3-2x^2}$ $3x^2-x+a$ $\qquad 10+a=0 \rightarrow \underline{\underline{a=-10}}$ $\underline{3x^2-6x}$ $5x+a$ $\underline{5x-10}$ $10+a$ (Rest)

Memo 4: Potenzieren

Multiplizieren	Gleiche Basen	$a^m * a^n = a^{m+n}$
	Gleiche Exponenten	$a^n * b^n = (a*b)^n$
Dividieren	Gleiche Basen	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
	Gleiche Exponenten	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
Potenzieren		$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m*n}$
Spezialfälle		$a^0 = 1 \qquad a^1 = a$
Negative Exponenten		$\frac{a^{-n}}{1} = \frac{1}{a^n} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-2} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \qquad 2a^{-2} = \frac{2}{a^2}$
Vorzeichen		$(-a)^4 = a^4 \qquad -a^4 \neq a^4$
Gerade Exponenten		$(a-b)^2 = (b-a)^2 \quad (a-b)^3 \neq (b-a)^3$

Merke: Es gibt keine Potenzgesetze für Addition und Subtraktion

Memo 5: Wurzeln (Radizieren) und Potenzieren

Definition	
$\sqrt[n]{a^m}$	n = Wurzelexponent
	a = Radikand
	m = Potenz

Darstellung von Wurzeln als Potenzen
$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

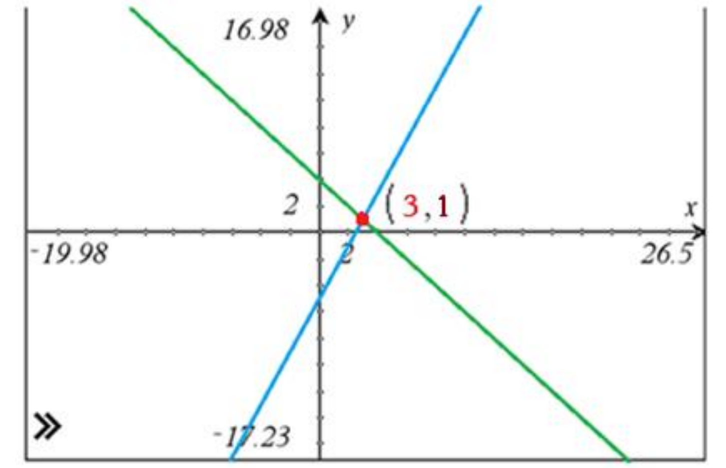
Pascal'sches Dreieck & Binome

1	$(a+b)^2 = 1*a^2 + 2*ab + 1*b^2$
1 1	$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$
1 2 1	$(a-b)^4 = 1a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + 1b^4$
1 3 3 1	
1 4 6 4 1	$(2a-b)^4 = (2a)^4 - 4(2a)^3b + 6(2a)^2b^2 - 4(2a)b^3 + b^4$
1 5 10 10 5 1	$= 16a^4 - 32a^3b + 24a^2b^2 - 8ab^3 + b^4$

2 Strukturelles Denken 2

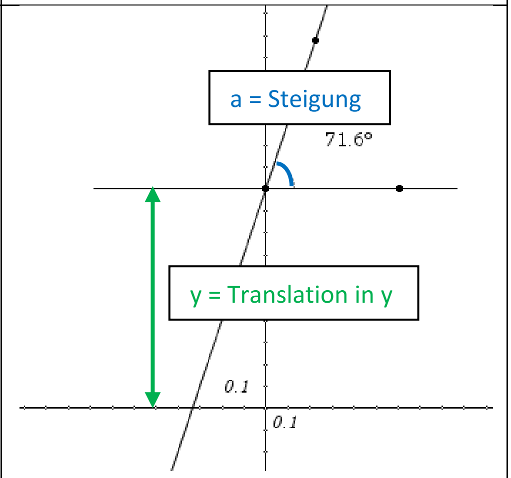
Graphisches Lösen von Gleichungen

T_1	$=$	T_2	Lösung	T_1	$=$	T_2
$2x-5$	$=$	$-x+4$	$x=3$	1	$=$	1



Analysieren einer Gleichung

$ax+y$



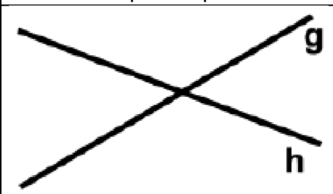
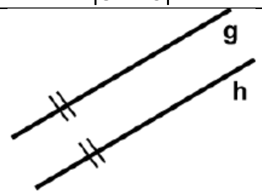
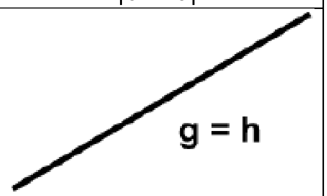
Äquivalenzumformungen

Umformung	A			B		
	Gleichung	**Umformung**	**Lösungsmenge**	**Gleichung**	**Lösungsmenge**	
Division mit Variable	$x^2=2x$	$x^2-2x=0$ $x(x-2)=0$	$L_A=\{0,2\}$	$x=2$	$L_B=\{2\}$	X
Radizieren	$x^2=4$	$x^2-4=0$ $(x+2)(x-2)=0$	$L_A=\{2,-2\}$	$x=2$	$L_B=\{2\}$	X
Subtraktion mit x^2	$x^2+x=x^2+2$	$x^2-x^2+x-2=0$ $x-2=0$	$L_A=\{2\}$	$x=2$	$L_B=\{2\}$	√
Division mit $(x+6)$	$(x-3)(x+6)=0$	-	$L_A=\{3,6\}$	$(x-3)=0$	$L_B=\{3\}$	X

Gleichungssysteme

Grundgleichung	Einsetzmethode	Gleichsetzmethode	Additions-/Subtraktionsmethode
$\begin{vmatrix} 2x+y=5 \\ x+2y=5 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} y=5-2x \\ x+2y=5 \end{vmatrix}$ $\lvert x+2(5-2x)=5 \rvert$	$\begin{vmatrix} y=5-2x \\ y=\frac{5-x}{2} \end{vmatrix}$ $\left\lvert 5-2x=\frac{5-x}{2} \right\rvert$	$+\begin{vmatrix} -4x-2y=-10 \\ x+2y=4 \end{vmatrix}$ $-3x=-6$
	Gleichung nach y auflösen. Einsetzen.	Gleichungen nach y auflösen. Gleichsetzen	Gleichung multiplizieren und dann addieren/subtrahieren sodass Variable wegfällt.

Interpretation

Algebraisch	$\lvert x=6 \rvert$	$\lvert 5=6 \rvert$	$\lvert 0=0 \rvert$
Geometrisch			
Lösungen	eine Lösung	keine Lösungen	unendlich viele Lösungen
$g: y=m_1*x+q_1$ $h: y=m_2*x+q_2$	$m_1\neq m_2$ q_1,q_2 beliebig	$m_1=m_2$ $q_1\neq q_2$	$m_1=m_2$ $q_1=q_2$

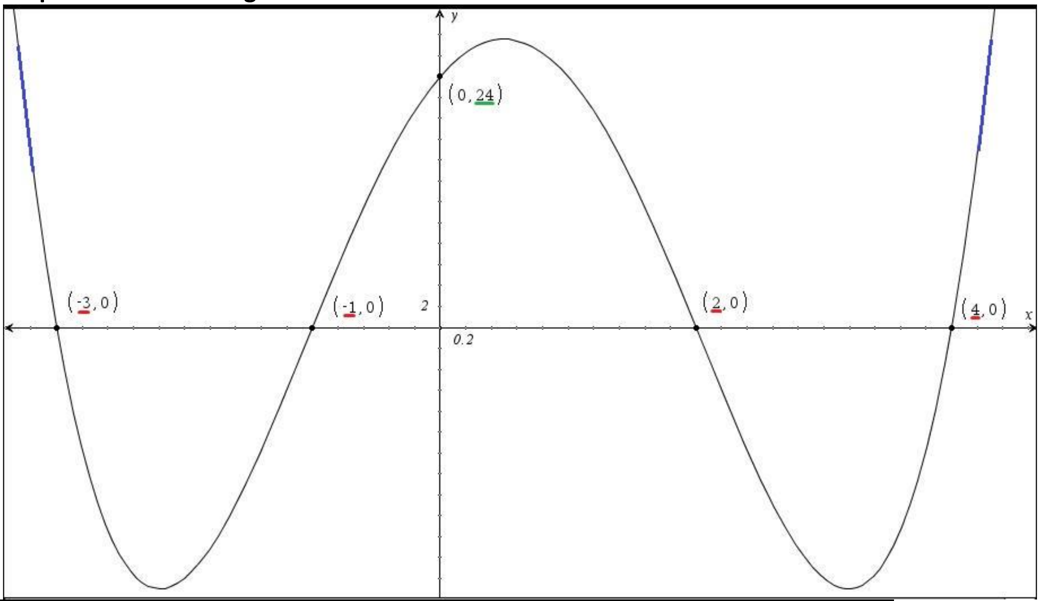
2.1 Polynome

Definition	$p(x) = a_n * x^n + a_{n-1} * x^{n-1} + a_2 * x^2 + a_1 * x + a_0$
allgemeines Polynom 4ten Grades	$p(x) = a_4 * x^4 + a_3 * x^3 + a_2 * x^2 + a_1 * x + a_0$
Polynom 4ten Grades	$\boldsymbol{p(x) = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24}$ $n = 4;\ a_4 = 1;\ a_3 = -2;\ a_2 = -13;\ a_1 = 14; a_0 = 24$

Wertetabelle

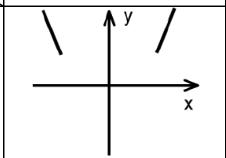
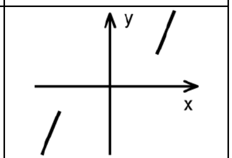
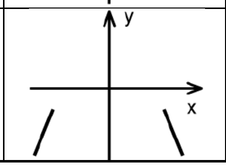
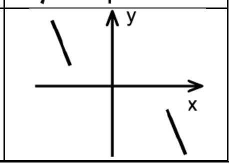
$p(x)$	$p(-4)$	$p(-3)$	$p(-2)$	$p(-1)$	$p(0)$	$p(1)$	$p(2)$	$p(3)$	$p(4)$	$p(5)$
$x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24$	144	0	-24	0	24	24	0	-24	0	144

Graphische Darstellung

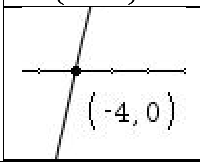
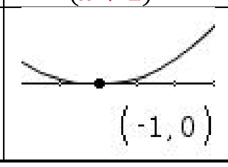


Polynom	$\boldsymbol{f1(x) = 1 * x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24}$
Linearfaktorenzerlegung	$\boldsymbol{f1(x) = (x-4) * (x-2) * (x+1) * (x+3)}$

Verhalten von kleinen und grossen x-Werten

a_n \ n	Gerade: x^2	Ungerade: x^3
Positiv: 4		
Negativ: -4		

Null Faktoren (y nullsetzen)

Schnittpunkt	Berührungspunkt
$(x+1)$ $(x+1)^3$	$(x+1)^2$ $(x+1)^4$
 (-4, 0)	 (-1, 0)

y-Achsen Schnittpunkt

$f1(0x) = 0x^4 - 0x^3 - 0x^2 + 0x + 24$

$f1(0x) = 24$

Spezielle Punkte

Gegeben: Punkt (4|6), Schnittpunkt mit -Achse $N_1(6|0)$ und $N_2(-2|0)$

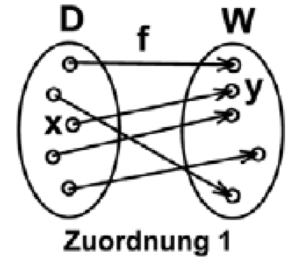
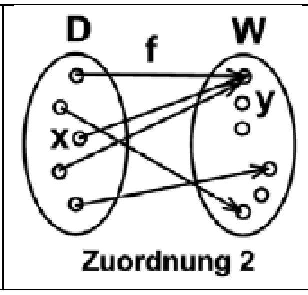
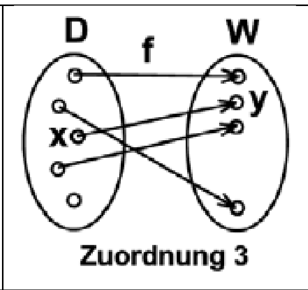
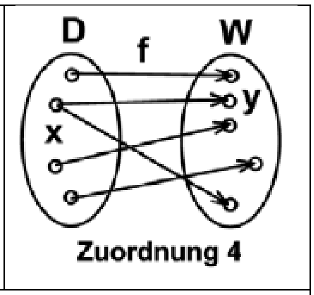
Ansatz 1: $y = a_2 * x^2 + a_1 * x + a_0$	Ansatz 2: $y = a(x-b)(x+c)$
$\left\| \begin{matrix} y(4) = 6 \\ y(6) = 0 \\ y(-2) = 0 \end{matrix} \right\| \rightarrow \begin{matrix} a_1 = 2 \\ a_2 = -\frac{1}{2} \\ a_0 = 6 \end{matrix}$	$y = a(x-6)(x+2)$ und $y(4) = 6$ $6 = a(4-6)(4+2) \rightarrow a = -\frac{1}{2}$
$y = -\frac{1}{2} * x^2 + 2x + 6$	$y = -\frac{1}{2}(x-6)(x+2)$

Änderungen

Spiegelung an der Y-Achse	$y = (x+2)^2$	$y = (-x+2)^2$ oder $(x-2)^2$
Translation in X-Richtung nach links	$y = (x+2)^2$	$y = (x+4)^2$
Translation in X-Richtung nach rechts	$y = (x+2)^2$	$y = (x-2)^2$

2.2 Funktionales Denken

Zuordnungen

			
Jedem x wird ein y zugeordnet.		Keine Funktion	
Nur ein x darf ein y haben.	Verschiedene x dürfen das gleiche y haben.	Nicht jedem x wird ein y zugeordnet.	Ein x darf nicht zwei y haben.

Schreibweise einer Funktion f	Graph einer Funktion f
$f\colon \begin{matrix} D & \rightarrow W \\ x & \rightarrow y \end{matrix}$ D = Definitionsbereich, W = Wertebereich	$G_f = \{P(x\|y) \| y = f(x) \text{ und } x \in D_f\}$ G_f = Graph, D_f = Definitionsmenge

Ungleichung zweier Funktionen

Funktionsungleichung	$-\frac{1}{2}\|x-4\|+4 \ < \ \left\|\frac{1}{2}x+1\right\|-2$			
Graph				
Algebraisch	1 Fall:	$D_1 = \quad x \geq 4$	$-\frac{1}{2}(x-4)+4 \ < \ \left(\frac{1}{2}x+1\right)-2$	$x > 7$ $Z_1 =]7;\infty[$
	2 Fall:	$D_2 = \quad -2 < x < 4$	$-\frac{1}{2}(-x+4)+4 \ < \ \left(\frac{1}{2}x+1\right)-2$	$3 < 0$ $Z_2 = \{\}$
	3 Fall:	$D_3 = \quad x < -2$	$-\frac{1}{2}(-x+4)+4 \ < \ \left(-\frac{1}{2}x-1\right)-2$	$x < -5$ $Z_3 =]-\infty;-5[$
	$L_1 = D_1 \cap Z_1$		$L_2 = D_2 \cap Z_2$	$L_3 = D_3 \cap Z_3$
	$L = L_1 \cup L_2 \cup L_3$		$L =]-\infty;-5[\ \cup \ ]7;\infty[$	

Zwei Punkte zu einer Geraden

Gegeben	$P_1(-1\|-2)$	$P_2(-5\|2)$
Ansatz	$y = m * x + q$	$P(x\|y)$
Lösung	$\left\| \begin{matrix} -2 = -1 * x + q \\ 2 = -5 * x + q \end{matrix} \right\|$	

Senkrechte / Parallele Gerade

$m_1 = m_2$	parallel
$m_1 * m_2 = -1$	senkrecht

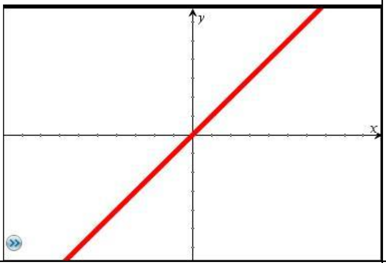
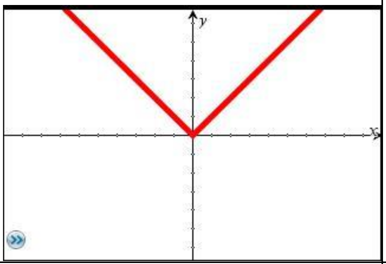
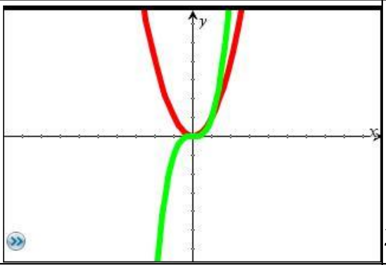
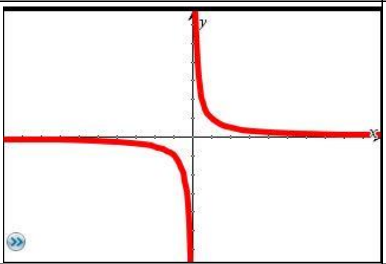
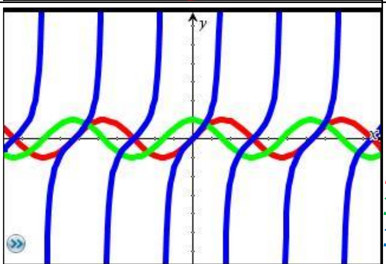
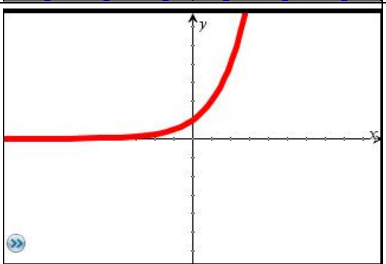
Schneiden von zwei Geraden

Gegeben	$y_1 = -1 * x + 4$ $y_2 = 2 * x + 1$
Ansatz	$y_1 = y_2$
Lösung	$-1 * x + 4 = 2 * x + 1$

Lineares Optimieren

1. Variablen setzen — $x = \ldots$ — $y = \ldots$
2. Ungleichungen aufstellen — A: $4x + 6y \leq 300$ — $y \leq -\frac{2}{3}x + 50$
   (nach y auflösen) — B: $6x + 5y \leq 370$ — $y \leq -\frac{6}{5}x + 74$
   !Achtung umgekehrte Proportionalität! — C: $0x + 8y \leq 240$ — $y \leq 30$
3. Zielfunktion aufstellen — $Z = 8x + 9y$
   (nach y auflösen, Z nullsetzen) — $y = -\frac{8}{9}x + \frac{Z}{9}$ — $y = -\frac{8}{9}x$
4. Ungleichungen und Zielfunktion aufzeichnen, Planungspolygon markieren
5. Zielfunktion verschieben (maximal, minimal)

2.3 Funktionstypen

	Graph	Funktion		kleiner 1	grösser 1	minus		kleiner 0	grösser 0
Linear		$y = f(x) = x$ $\boldsymbol{y = m * x + q}$ $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$	m	↓ * ↓	↑ * ↑	● - - ◌	q	↓ + ↓	↑ + ↑
				← *	* →	◌ ┆ ●		+ →	← +
Betrag		$y = f(x) = \lvert x \rvert$ $\boldsymbol{y = a * \lvert b * x + c \rvert + d}$	a	↓ * ↓	↑ * ↑	● - - ◌	c	+ →	← +
			b	* →	← *	◌ ┆ ●	d	↓ + ↓	↑ + ↑
Quadratisch		$y = f(x) = x^2$ $y = a_2 * x^2 + a_1 * x + a_0$ $\boldsymbol{y = a * (x + b)^2 + c}$ $y = a * (x - x_1) * (x - x_2)$	a	↓ * ↓	↑ * ↑	● - - ◌	b	+ →	← +
							c	↓ + ↓	↑ + ↑
Kehrwert		$y = f(x) = \frac{1}{x}$ $\boldsymbol{y = \frac{a}{b * x + c} + d}$	a				c		
			b				d		
Trigonometrie		$y = f(x) = \sin(x)$ $y = f(x) = \cos(x)$ $y = f(x) = \tan(x)$ $\boldsymbol{y = a * \sin(b * x + c) + d}$ $\boldsymbol{y = a * \cos(b * x + c) + d}$ $\boldsymbol{y = a * \tan(b * x + c) + d}$	a	↓ * ↓	↑ * ↑	● - - ◌	c	+ →	← +
			b	* →	← *	◌ ┆ ●	d	↓ + ↓	↑ + ↑
Exponent		$y = f(x) = 2^x$ $\boldsymbol{y = a * q^{b * x + c} + d}$ $y = A * B^x$ $y = A * e^{\lambda * x}$	a	↓ * ↓	↑ * ↑	● - - ◌	c	+ →	← +
			b	* →	← *	◌ ┆ ●	d	↓ + ↓	↑ + ↑
Wurzel									

3 Logarithmen

$a^x = b$	$x = \log_a(b)$	„Logarithmus zur Basis a von b"

Verschiedene Logarithmen

10-er Logarithmus	Dekadischer Logarithmus	$\log(x) = \log_{10}(x)$	
2-er Logarithmus	Binärlogarithmus	$lb(x) = \log_2(x)$	
natürliche Logarithmus	Logarithmus naturalis	$\ln(x) = \log_e(x)$	(e = Eulersche Zahl ~ 2,718)

Spezialfälle

1.	$a^{\log_a(b)} = b$	
2.	$\log_a(1) = 0$	$a^0 = 1$
3.	$\log_a(a) = 1$	$a^1 = a$
4.	$\log_a(a^x) = x$	$a^x = a^x$

Rechengesetze

1.	$\log(u * v) = \log(u) + \log(v)$
2.	$\log\left(\frac{u}{v}\right) = \log(u) - \log(v)$
3.	$\log\left(\frac{1}{v}\right) = -\log(v)$
4.	$\log(b^n) = n * \log(b)$

Nummerusvergleich

$\log_6(a) = 2 \quad (2 = \log_6(6^2))$

$\log_6(a) = \log_6(6^2)$

Umrechnungen

Exponenten-Vergleich	$a^{T_1(x)} = a^{T_2(x)}$	$T_1(x) = T_2(x)$
Logarithmieren (Bei Produkten)	$a * b = c * d$	$\log(a * b) = \log(c * d)$
Substitution	$4^x + 3 * 2^x = 88 \quad u = 2^x$	$u^2 + 3 * u - 88 = 0$ $(u + 11) * (u - 8) = 0$
Basiswechsel	$\log_a(b)$	$\frac{\log_c(b)}{\log_c(a)}$

4 Exponentialfunktion

$y = a * q^{b*x+c} + d$ $y = A * B^x$ $y = A * e^{\lambda * x}$	a, A	Anfangswert
	q, B, e	Wachstumsfaktor $= \left(1 + \frac{p}{100}\right)$, p = Zins $(q, B > 1 = Zunahme); (q, B < 1 = Abnahme)$
	b, λ	Zeiteinheit bis Vervielfachung, $-\lambda = Abnahme$
	c	Zeit auf null setzen
	d	Nicht teilnehmender Bestand

5 Quadratische Funktion

$y = x^2$	(Normalparabel)	
$y = (2x)^2 = 2^2 * x^2$	Eine Stauchung in X um Faktor 2 ist eine Streckung in Y am Faktor 4.	
$y = a_2 * x^2 + a_1 * x + a_0$	Polynom-Ansatz	a_0 Schnittpunkt mit Y, a_2 Öffnung
$y = a * (x - x_1) * (x - x_2)$	Linearfaktor-Ansatz	x_1, x_2 sind die Nullstellen
$y = a * (x - b)^2 + c$	Scheitelform-Ansatz	Scheitelpunkt $S(b\|c)$

$y = a * x^2 + b * x + c$	$b^2 - 4ac$	Diskriminante	$D < 0 \rightarrow 2 Lösungen$ $D = 0; \rightarrow 1\ Lösung$ (Tangente) $D > 0; \rightarrow 0\ Lösungen$
$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$\frac{-b}{2a}$	X-Koordinate des Scheitelpunkts	

Umrechnungen

$y = 2 * x^2 + 8 * x + 4$
$y = a_2 * x^2 + a_1 * x + a_0$

2 auskl.	$2(x^2 + 4 * x + 2)$
Vieta	$2(x + 0.59)(x + 3.41)$

2 auskl.	$2(x^2 + 4 * x + 2)$
Binom	$2((x + 2)^2 - 2)$
2 einkl.	$2(x + 2)^2 - 4$

$y = 2(x + 0.59)(x + 3.41)$
$y = a * (x - x_1) * (x - x_2)$

$y = 2 * (x + 2)^2 - 4$
$y = a * (x + b)^2 + c$