

ANALYTISCHE GEOMETRIE

Gerade

$\vec{v} = \begin{pmatrix} x_v \\ y_v \end{pmatrix}$

$P_0 = (x_0; y_0)$

$P = (x; y)$

$\vec{n} = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$

Gleichungssys.

$$\begin{cases} x = Px_0 + \lambda x_v \\ y = Py_0 + \lambda y_v \end{cases}$$

Punkt-Richtungs-Form = Parameterdarstellung

$$\vec{OP} = \vec{OP}_0 + \lambda * \vec{v}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda * \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Normalenform = Koordinatengleichung

$$\vec{n} * \vec{P_0P} = 0$$

$$x_n x + y_n y = x_n x_0 + y_n y_0$$

$$g: 3x + 2y = 6$$

1 Punkt wählen
 $P_0 = (0; y)$

Normale bilden
 $\vec{n} = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \\ -x_n \end{pmatrix}$
 $\vec{v} = \begin{pmatrix} -y_n \\ x_n \end{pmatrix}$

Gegenseite Lage

	Schnittpunkt	Identisch	Windschief $\vec{v} \neq \lambda * \vec{w}$	Parallel $\vec{v} = \lambda * \vec{w}$
Schnittpunkte	1	∞		0
Lösung LGLs	$x = 3$	$0 = 0$		$3 = 4$

Ebene

Kreuzprodukt
 $\vec{n} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2$

Gleichungssystem

$$\begin{cases} x = \dots + \lambda \dots + \mu \dots \\ y = \dots + \lambda \dots + \mu \dots \\ z = \dots + \lambda \dots + \mu \dots \end{cases}$$

Parameter entfernen
 $|x + y + z = \dots|$

Parameterdarstellung

$$\vec{OP} = \vec{OP}_0 + \lambda * \vec{v}_1 + \mu * \vec{v}_2$$

$$\vec{v}_1 \neq \lambda * \vec{v}_2$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ 16 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Normalenform = Koordinatengleichung

$$\vec{n} * \vec{P_0P} = 0$$

$$x_n x + y_n y + z_n z = x_n x_0 + y_n y_0 + z_n z_0$$

$$g: \dots x + \dots y + \dots z = 6$$

3 Punkte wählen
 $P_1 = (0; 0; z)$
 $P_2 = (0; y; 0)$
 $P_3 = (x; 0; 0)$

Parameterdarst.
 $P_1 + \lambda(P_1P_2) + \mu(P_1P_3)$

$\vec{n} = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{pmatrix}$

$P_0 = (x_0; y_0; z_0)$

$P = (x; y; z)$

$\vec{v}_1, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} x_v \\ y_v \\ z_v \end{pmatrix}$

Kugel

2D	$x^2 + y^2 = R^2$	Kugel um 0-Punkt mit Radius R	$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$
3D	$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$		$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$

Spatprodukt / Determinante

Spatprodukt (3-teilige Determinante)
(für Volumenberechnung)

$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = \vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = |\vec{a}| * |\vec{b} \times \vec{c}| * \cos \varphi$

Determinante	
2-reihig	3-reihig
$[\vec{a} \vec{b}] = \begin{vmatrix} a_x & b_x \\ a_y & b_y \end{vmatrix}$	$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = \begin{vmatrix} a_x & b_x & c_x \\ a_y & b_y & c_y \\ a_z & b_z & c_z \end{vmatrix}$
$[\vec{a} \vec{b}] = \begin{vmatrix} a_x & b_x \\ a_y & b_y \end{vmatrix}$	Handregel von Sarrus $[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = \begin{vmatrix} a_x & b_x & c_x & a_x & b_x \\ a_y & b_y & c_y & a_y & b_y \\ a_z & b_z & c_z & a_z & b_z \end{vmatrix}$
$V = a_x b_y - b_x a_y$	$V = a_x b_y c_z + b_x c_y a_z + c_x a_y b_z - c_x b_y a_z - a_x c_y b_z - b_x a_y c_z$

Reihenfolge

zyklisches Vertauschen (drehen des Koordinatensystem)	$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = [\vec{b} \vec{c} \vec{a}] = [\vec{c} \vec{a} \vec{b}]$
Ansonsten Vorzeichen wechsel (spiegeln des Koordinatensystem)	$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = -[\vec{a} \vec{c} \vec{b}]$