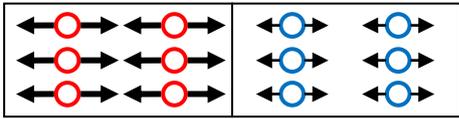


# WÄRMELEHRE

## Der Begriff der Temperatur

### Thermisches Gleichgewicht und Temperatur

<p><b>Temperatur</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Mass für den Wärmezustand eines Körpers</li> <li>- Bewegung der Atome</li> </ul> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <math>T_1 &gt; T_2</math> </div>  <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 5px;"> <div style="text-align: center;"> <p>starke Schwingung</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>schwache Schwingung</p> </div> </div>	<p><b>Temperaturgleichgewicht</b> (Thermisches Gleichgewicht)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Wechselwirkung zwischen den Atomen</li> </ul> <p><b>Zustandsgrössen</b></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th>Intensive</th> <th>Extensive</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Eigenschaften</td> <td>- nicht teilbar - nicht addierbar</td> <td>- teilbar - unterteilbar</td> </tr> <tr> <td>Beispiele</td> <td>Temperatur T Dichte <math>\rho</math>, Druck p</td> <td>Wärme W Masse m Volumen V</td> </tr> </tbody> </table> <p>Änderung einer intensiven Grösse -&gt;Änderung des thermodynamischen Gleichgewichtes</p>		Intensive	Extensive	Eigenschaften	- nicht teilbar - nicht addierbar	- teilbar - unterteilbar	Beispiele	Temperatur T Dichte $\rho$ , Druck p	Wärme W Masse m Volumen V
	Intensive	Extensive								
Eigenschaften	- nicht teilbar - nicht addierbar	- teilbar - unterteilbar								
Beispiele	Temperatur T Dichte $\rho$ , Druck p	Wärme W Masse m Volumen V								

### Temperaturskalen: Celsius und Kelvin

Skala	Symbol	Einheit	Fixpunkte	Einteilung	Änderung
<b>Celsius – Skala</b>	$\vartheta$	$^{\circ}C$	0 $^{\circ}C$ – Schmelzpunkt von Eis 100 $^{\circ}C$ – Siedetemperatur des Wassers	100 Teile	$\Delta T = \Delta \vartheta$
<b>Kelvin – Skala</b>	$T$	$K$	0K – Absoluter Nullpunkt 0.01 $^{\circ}C$ Tripelpunkt von Wassers	1K = 273.16te Teil	

### Die thermische Ausdehnung von Festkörpern und Flüssigkeiten

Lineare Ausdehnung von Festkörpern			Volumenausdehnung von Festkörpern & Flüssigkeiten		
$\Delta l = \alpha * l_0 * \Delta \vartheta$			$\gamma \sim 3\alpha$		$\Delta V = \gamma * V_0 * \Delta \vartheta$
- $\alpha$ ist eine Materialgrösse - $\alpha$ hängt von der Ausgangstemperatur ab - $\alpha$ gilt nur in einem spezifischen Bereich			- $\gamma$ ist eine Materialgrösse - $\gamma$ hängt von der Ausgangstemperatur ab - $\gamma$ gilt nur in einem spezifischen Bereich		
$\Delta l$	Verlängerung	$[\Delta l] = m$	$\Delta V$	Volumenänderung	$[\Delta V] = m^3$
$l_0$	Ausgangslänge	$[l_0] = m$	$V_0$	Ausgangsvolumen	$[V_0] = m^3$
$\alpha$	Längenausdehnungskoeff.	$[\alpha] = K^{-1}$	$\gamma$	Volumenausdehnungskoeff.	$[\gamma] = K^{-1}$
$\Delta \vartheta$	Temperaturunterschied	$[\Delta \vartheta] = K$	$\Delta \vartheta$	Temperaturunterschied	$[\Delta \vartheta] = K$

### Temperaturmessung und Thermometertypen

mechanisch	<b>Gasthermometer</b>	Volumenausdehnung eines Gases
	<b>Flüssigkeitsthermometer</b>	Volumenausdehnung einer Flüssigkeit
	<b>Bimetallthermometer</b>	Längenausdehnung von Metallen
elektrisch	<b>Widerstandsthermometer</b>	Änderung des elektrischen Widerstandes
	<b>Thermoelement</b>	Thermoelektrische Spannung
berührungslos	<b>Pyrometer</b>	Wärmestrahlung
Indikator	<b>Farbthermometer</b>	Farbumschlag gewisser Chemikalien

**Die Zustandsgleichung idealer Gase**

**Definition eines idealen Gases**

Gasteilchen werden als Punktmassen angesehen, die nicht zusammen stossen. Mit begrenzenden Wänden existieren elastische Stösse. Zwischen den Molekülen wirken keine Kräfte.

**Druck und Stoffmenge**

$p = \frac{F}{A}$	$p$	Druck	$[p] = \frac{N}{m^2} = Pascal$ $1 bar = 10^5 Pascal$	$n = \frac{m}{M}$	$n$	Stoffmenge	$[n] = mol$
	$F$	Kraft	$[F] = N$		$M$	Molmasse	$[M] = kg/mol$
	$A$	Fläche	$[A] = m^2$	$N = n * N_A$	$N_A$	Avogadrozahl	$[N_A] = 6.022 * 10^{23} mol^{-1}$
					$N$	Anzahl Teilchen	$[N] = (...)$

**Zustandsänderungen (iso = gleich)**

Isobare ( $p = const.$ )	Isotherme ( $T = const.$ )	Isochrone ( $V = const.$ )
<b>Gesetz von Gay-Lussac</b> $\Delta V = \gamma_p * V_0 * \Delta T$ $\gamma_p =$ isobarer Ausdehnungskoeff. $V(\vartheta) = V_0 * (1 + \gamma_p * \vartheta)$	<b>Gesetz von Boyle-Mariotte</b> $p_1 * V_1 = p_2 * V_2$	$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p_1}{T_1}$
<b>V - <math>\vartheta</math> - Diagramm</b> <b>V - T - Diagramm</b> 	<b>p - V - Diagramm</b> 	<b>p - T - Diagramm</b> 
$V/T = const.$	$p * V = const.$	$p/T = const.$

**Allgemeine Zustandsgleichung idealer Gase**

$p * V = n * R * T$	$p$	Druck	$[p] = N/m^2$
	$V$	Volumen	$[V] = m^3$
	$n$	Stoffmenge	$[n] = mol$
	$R$	Universelle Gaskonstante	$[R] = 8.314 \frac{J}{mol * K}$
	$T$	Temperatur	$[T] = K$

**Dichte, Schweredruck Partialdruck, Molvolumen idealer Gase**

$\varrho, \rho = \frac{m}{V} = \frac{M * p}{R * T}$	$\varrho, \rho$	Dichte	$[\rho] = \frac{kg}{m^3}$
$p_s = \varrho * h * g$	$p_s$	Schweredruck einer Flüssigkeit	
Satz von Dalton $\sum_i p_i = p_{tot}$	$p_i$	Partialdruck	
	$p_{tot}$	Totaldruck	
Die Summe der Partialdrücke ist gleich dem Totaldruck			
$V_m = \frac{V}{n} = \frac{R * T}{p}$	$V_m$	Molvolumen	$[V_m] = m^3$

**Barometrische Höhenformel**

<b>Barometrische Höhenformel</b> $p(h) = p_0 * e^{-\frac{M * g}{R * T} * h}$	Luftdruck wird bei steigender Höhe kleiner.	
<b>Halbwertshöhe</b> $h_{1/2} = \frac{R * T}{M * g} * \ln(2)$	Höhe, in der der Luftdruck die Hälfte des ursprünglichen Wertes ist.	

**Die Kinetik idealer Gase**

**Das Prinzip der molekularen Unordnung**

	Moleküle bewegen sich bei höherer Temperatur schneller.	
	Ist das Gas stationär, dann ist die Summe aller Geschwindigkeitsvektoren gleich Null:	$\bar{v} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i = 0$
	Die Mittelwerte der Quadrate der Geschwindigkeitskomponenten ist ungleich Null, jedoch in allen Richtungen gleich gross:	$\frac{1}{3} \overline{v^2} = \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$

**Die molekulare Deutung des Drucks**

<b>Impulsänderung</b> $\Delta p_{impuls} = 2mv_x$	x- Komponente wird umgekehrt. y- und z- Komponenten sind unbeeinflusst.	
<b>Totaler Druck</b> $p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \overline{W_{kin}}$	$\overline{W_{kin}} = \frac{1}{2} m * \overline{v^2}$ Der Druck eines Gases kommt durch die elastischen Stöße der Gasteilchen mit der Wand zustande. Der Druck ist proportional zur Translationsenergie.	

**Die molekulare Deutung der Temperatur**

<b>Mittlere Translationsenergie</b> $T = \frac{2}{3} \frac{N_A}{R} * \overline{W_{kin}}$	$\overline{W_{kin}} = \frac{3}{2} k_b T$	Die mittlere Translationsenergie $\overline{W_{kin}}$ der Teilchen, eines sich ideal verhaltenden Gases, ist proportional zur Temperatur.
<b>Boltzmannkonstante</b> $k_b = \frac{R}{N_A} = 1.38 * 10^{-23} \frac{J}{K}$		Temperatur ist die mittlere kinetische Energie der Gasteilchen.

**Die Geschwindigkeitsverteilung von Gasteilchen (Maxwell-Verteilung)**

<b>Maxwell'sche Gewichtsverteilung</b> $f(v) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{M}{RT}\right)^{\frac{3}{2}} * v^2 * e^{-\frac{Mv^2}{2RT}}$  $f(v) = \text{Verteilungsdichte}$	<b>Wahrscheinlichste Geschwindigkeit</b> $v_w = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$	
	<b>Mittlerer Geschwindigkeitsbetrag</b> $\overline{v_B} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$	
<b>Mittlere Geschwindigkeit</b> $\bar{v} = \int_0^\infty v * f(v) dv$	<b>Mittlere quadratische Geschw.</b> $v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{2\overline{W_{kin}}}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$	

↑ Temperatur →  $v_w$  nach rechts  
↑ Molmasse →  $v_w$  nach links  
rms = root mean square

**Die mittlere freie Weglänge von Gasteilchen**

<b>Mittlere freie Weglänge</b> $\lambda = C_2 \frac{T}{p}$ mit $C_2 = \frac{1}{\sqrt{2} \pi^{\frac{1}{2}} \sqrt{6} N_A r^2}$	Wie weit im Mittel ein Gasteilchen zwischen den Zusammenstößen fliegt. $\lambda \propto \frac{1}{\rho} \propto \frac{T}{p}$
---	--

**Der Begriff der Wärme**

Wärme = kinetische Energie

Wärme ≠ Temperatur

**Wärmekapazität (Festkörper und Flüssigkeiten)**

$\Delta Q = c * m * \Delta T$	$\Delta Q$	Wärmemenge	$[Q] = J$
	$c$	spezifische Wärmekapazität (temperaturabhängig)	$[c] = \frac{J}{kg * K}$
<b>Wasser kann Wärme sehr gut speichern:</b> $c(\text{Wasser}) = 4182 \frac{J}{kg * K}$			<b>Kilokalorie</b> $1kcal = 4.186 kJ$

**Molare Wärmekapazität**

$\Delta Q = n * C * \Delta T$	$\Delta Q$	Wärmemenge	$[Q] = J$
	$C$	Molare Wärmekapazität	$[C] = J/mol * K$

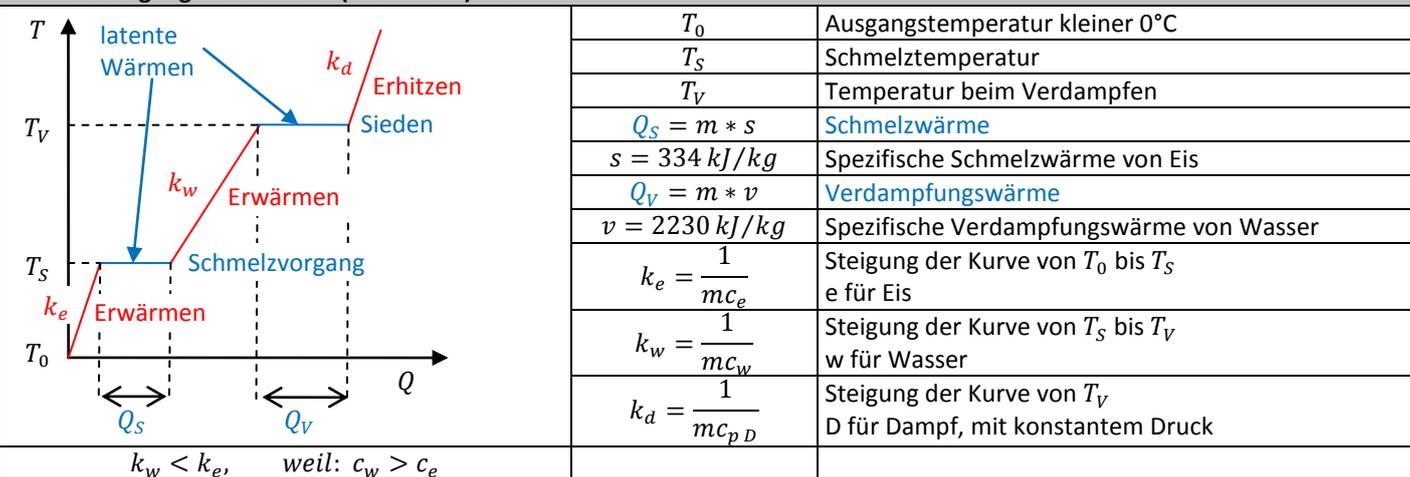
**Umrechnung**

$C = M * c$	$M$	Molmasse	$[M] = kg/mol$
-------------	-----	----------	----------------

**Messung der spezifischen Wärmekapazität: Kalorimetrie**

<b>Messvorgang</b>	<b>Kalorimeter</b> Wassermenge $m_w$ Temperatur $T_w$	<b>Zu messende Körper</b> Menge $m_k$ Temperatur $T_k$	<b>Mischung</b> Temperatur $T_m$
<b>Berechnung mit Energiesatz</b>	$\Delta Q_{zu} + \Delta Q_{ab} = 0$ $c * m_k (T_m - T_k) + c_w * m_w (T_m - T_w) + w_{kal} (T_m - T_k) = 0$ $\Delta Q_{ab} = \Delta Q_w - \Delta Q_{kal}$		

**Phasenübergänge und latente(versteckte) Wärme**



**Der 1. Hauptsatz der Thermodynamik**

1. Hauptsatz der Thermodynamik		Innere Energie eines idealen Gases		
$dU = dQ + dW$	$U$	Innere Energie	$\overline{W_{kin}} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T$	
	$Q$	Wärme		$\overline{W_{kin}}$
	$W$	Arbeit	$W_{kin}$	mittlere kinetische Energie
			$U$	gesamte kinetische Energie
				Innere Energie (nur kinetische Energie)

**Molare Wärmekapazität eines idealen 1-atomigen Gases**

$C_v = \frac{3}{2} R$	Molare Wärmekapazität eines idealen 1-atomigen Gases	$V = const.$
$dW = -p dV$	Volumenarbeit	
$C_p = \frac{5}{2} R$	Molare Wärmekapazität eines idealen 1-atomigen Gases	$p = const.$
$C_p - C_v = R$	Formel von Robert Mayer	

**Elementare Zustandsänderungen**

Isotherme	Isobare	Isochor	Adiabatisch
$p(V) = const * \frac{1}{V}$	$p(V) = const$		$p * V^\kappa = const$ $T * V^{\kappa-1} = const$ $\frac{T^\kappa}{p^{\kappa-1}} = const$
$\Delta W = -\Delta Q$	$\Delta W = -nR\Delta T$	$\Delta W = 0$	
$\Delta Q = nRT \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right)$	$\Delta Q = nC_p\Delta T$	$\Delta Q = n * C_v * \Delta T$	$\Delta Q = 0$
$\Delta U = 0$	$\Delta U = n * C_v * \Delta T$	$\Delta U = n * C_v * \Delta T$	

**Gleichverteilungssatz und die Wärmekapazitäten**

$\overline{W_{kin}} = \frac{f}{2} kT$ $C_v = \frac{f}{2} R$	$\overline{W_{kin}}$	Mittlere Energie eines Teilchen	$\kappa = \frac{C_p}{C_v} = \frac{f+2}{f} > 1$
	$f$	Freiheitsgrade	
	$C_v$	Molare Wärmekapazität (V=konst)	

**Ideale Gase und Körper**

einatomiges Gas	zweiatomiges Gas	dreiatomiges Gas	Festkörper
$f = 3$ 3 translatorisch	$f = 5$ 3 transl., 2 rotativ	$f = 6$ 3 transl., 3 rotativ	$f = 6$ 3 kinet., 3 potent.
$C_v = 12.5 \frac{J}{mol * K}$	$C_v = 20.8 \frac{J}{mol * K}$	$C_v = 25 \frac{J}{mol * K}$	$C_v = 25 \frac{J}{mol * K}$

## Der 2. Hauptsatz der Thermodynamik

### Wärme-Kraft-Maschinen und Kreisprozesse

- geschlossene Kurve im p-V-Diagramm  
→ Anfangswert = Endwert
- Wärme → Arbeit
- $\Delta W$  = vom Gas geleistete/aufgenommene Arbeit
- Uhrzeigersinn →  $\Delta W < 0$
- Gegenuhrzeigersinn →  $\Delta W > 0$
- Innere Energie  $\Delta U = 0$

### Reversible und irreversible Prozesse

z.B. Wärme fließt stets vom wärmeren zum kälteren Körper -> irreversibel

<b>reversibel</b>	Vorgänge, die ohne Arbeitsleistung von aussen in den Ausgangszustand zurückkehren können
<b>irreversibel</b>	Prozesse, die spontan nur in einer Richtung ablaufen

### Der reversibel Kreisprozess (Carnot-Prozess)

#### Bedingungen

- Es darf keine Wärme fließen, wenn eine Temperaturdifferenz vorhanden ist.
- Wenn sich die Temperatur ändert, darf keine Wärme fließen

Arbeitskolben entzieht dem warmen Reservoir  $Q_w$  Wärme, wandelt den Anteil  $\Delta Q$  in Arbeit um und übergibt die restliche Wärme  $Q_k$  ungenutzt dem kälteren Wärmereservoir

$$\Delta Q = Q_w - Q_k$$

**Wirkungsgrad**

$$\eta_{Carnot} = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} = \frac{\Delta Q}{Q_w}$$

$$\Delta W = \Delta Q$$

### Der 2. Hauptsatz der Thermodynamik

$\eta_{Carnot} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$	Es gibt keine Maschine, die nur mit einem Wärmereservoir arbeitend Wärme in Arbeit umwandeln kann.
---	--

### Reale thermodynamische Maschinen

Wärme-Kraft Maschinen	Kältemaschine/Wärmepumpe	
<p>durchlaufen den Carnot-Prozess im Uhrzeigersinn</p>	<p>durchlaufen den Carnot-Prozess im Gegenuhrzeigersinn</p>	<p><math>T_w</math> höchste Temperatur <math>T_k</math> niedrigste Temperatur</p> <p><b>Reversible Kreisprozesse</b></p> $\epsilon_{Kältemaschine} = \frac{Q_k}{\Delta W} = \frac{T_k}{T_w - T_k}$ $\epsilon_{Wärmepumpe} = \frac{Q_w}{\Delta W} = \frac{T_w}{T_w - T_k}$

## Die Zustandsgleichung realer Gase

### Unterschiede

- besitzen eine Ausdehnung
- üben anziehende Kräfte aufeinander aus

### Eigenvolumen

$b$ : Eigen-, Sperr-, oder Kovolumen von einem Mol Gas

$b = N_A * V_{\text{teilchen}} = N_A * \frac{16}{3} \pi r^3$	→	$V_{\text{real}} = V_{\text{ideal}} - n * b$
--	---	--

### Der innere Druck

$p_i$ : innerer Druck aufgrund von Van der Waals'sche Kohäsionskräfte

$p_i = \text{const} * \frac{n^2}{V^2} = a \frac{n^2}{V^2} = \text{const} * \rho^2$	→	$p = p + a \frac{n^2}{V^2}$
--	---	-----------------------------

### Die van der Waals'sche Zustandsgleichung & Dampfdruck

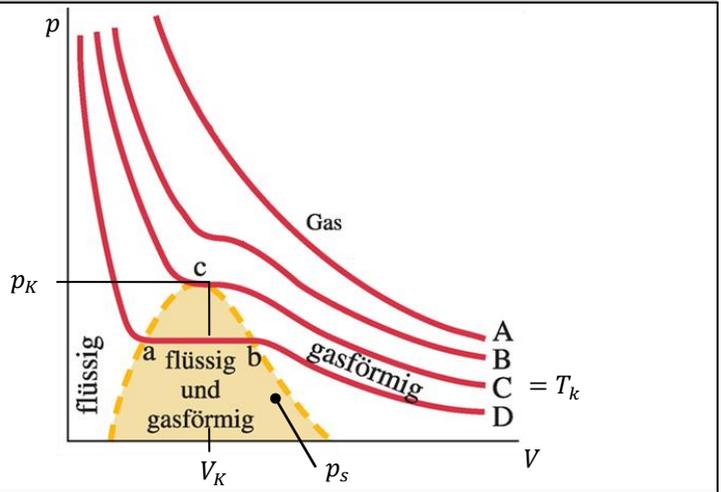
$$\left(p + a \frac{n^2}{V^2}\right) * (V - n * b) = n * R * T$$

- Die Konstanten  $a$  und  $b$  hängen von der Gassorte ab

#### Isothermen eines realen Gases

$T_k$	kritische Isotherme
$p_k$	kritischer Druck
$V_k$	kritisches Volumen
$p_s$	Dampfdruck (oder Sättigungsdruck)

- Oberhalb von  $T_k$  ist keine Verflüssigung möglich
- Oberhalb von  $p_k$  gibt es nie Koexistenz von Gas und Flüssigkeit
- Oberhalb von  $V_k$  gibt es nie eine reine Flüssigkeit allein



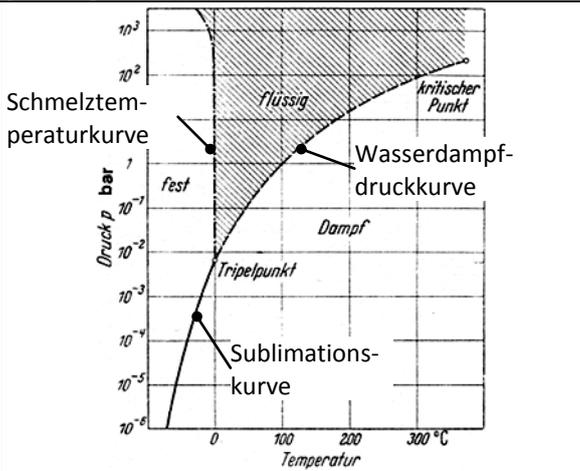
### Luftfeuchtigkeit

<b>Absolute Luftfeuchtigkeit</b>	$f$	pro Volumeneinheit enthaltene Wasserdampf	$[f] = \frac{kg}{m^3} \text{ oder } \frac{g}{m^3}$
<b>Sättigungsfeuchtigkeit</b>	$f_s = \frac{m}{V} = p_s \frac{M}{RT}$	maximale Menge Wasserdampf	$[f_s] = \frac{g}{m^3}$
<b>Relative Luftfeuchtigkeit</b>	$f_r = \frac{f}{f_s}$	Verhältnis von aktueller und maximaler Luftfeuchtigkeit	$[f_r] = 1$

**Faustregel (0°-30°):** ein  $m^3$  Luft nimmt so viel g Wasserdampf auf wie die Temperatur in °C

### Der Tripelpunkt

#### p-T-Diagramm von Wasser



- Schnittpunkt im Tripelpunkt oder Dreiphasenpunkt
- Oberhalb des kritischen Punktes nur gasförmig
- von Wasser liegt der Tripelpunkt bei  $\vartheta = 0.01^\circ C$  und  $p = 6.1 \text{ mbar}$