

# WELLENLEHRE

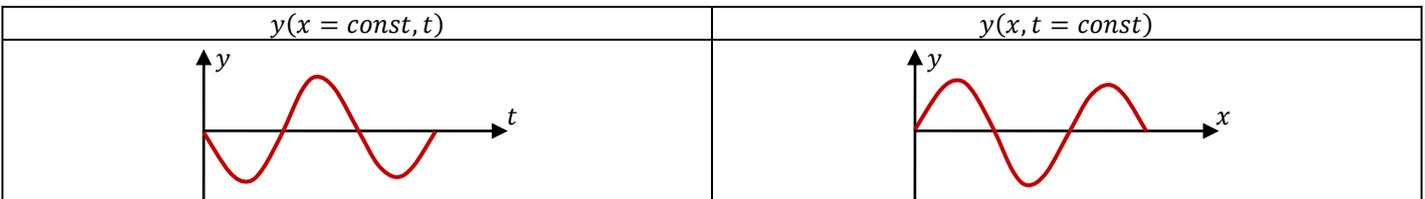
## Grundbegriffe der Wellenlehre / 1

<b>Schwingung</b>	Zeitlich periodische Änderung einer physikalischen Grösse	$y(t) = y(t + nT)$
<b>harmonische Schw.</b>	Sinus und Cosinus	$y(t) = -A * \sin(\omega t + \varphi)$
<b>Welle</b>	Ausbreitung einer Störung benötigt ein Ausbreitungsmedium	rechtslaufend: $y(x, t) = y(x - \Delta x, t - \Delta t)$
<b>harmonische Welle</b>	Def 1: Zeitlich periodische harmonische Schwingung, die sich im Raum ausbreitet Def 2: Zeitlich und räumlich periodische harmonische Schwingung	
<b>Wellenfunktion</b>	$y(x, t) = A * \sin\left(\omega \frac{x}{c} - \omega t\right)$	$c = \text{Geschwindigkeit}$
<b>zirkulare Wellenzahl</b>	$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ gibt an, wie oft $\lambda$ auf den Umfang des Einheitskreis passt	$[k] = m^{-1}$ $k, \lambda, f, \omega > 0$
<b>Phasenverschiebung</b>	$y(x, t) = A * \sin(kx - \omega t + \varphi)$ $\Delta t = \frac{\varphi}{\omega}, \quad \Delta x = \frac{\varphi}{k}$	

### Wellenfunktionen

	<b>Nullpunktsschwingung</b>	<b>Welle nach rechts</b>	<b>Welle nach links</b>
negativ	$y(0, t) = -A * \sin(\omega t)$	$y(x, t) = +A * \sin(kx - \omega t)$	$y(x, t) = -A * \sin(kx + \omega t)$
positiv	$y(0, t) = +A * \sin(\omega t)$	$y(x, t) = -A * \sin(kx - \omega t)$	$y(x, t) = +A * \sin(kx + \omega t)$

### Wellen



## Grundbegriffe der Wellenlehre / 2

<b>Transversal-Querwellen</b>		Störung $\perp$ Ausbreitungsrichtung polarisierbar	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Seilwellen</li> <li>- Wasserwellen</li> <li>- Elektromagnetische Wellen</li> </ul>
<b>Longitudinal-Längswellen</b>		Störung $\parallel$ Ausbreitungsrichtung nicht polarisierbar	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Schallwellen</li> <li>- Gekoppeltes Federpendel</li> </ul>

<b>Wellengleichung</b>	$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} * \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$	$\partial = \text{partielles Differential}$ $d = \text{totales Differential}$
<b>Phasengeschwindigkeit</b>	$v_{ph} = \lambda * f = c$	
<b>Ausbreitungsgeschw.</b>	$c = f \left(\frac{1}{m}\right)$	
<b>maximale Teilchengeschwindigk.</b>	$v_{max} = \frac{dy}{dt}$	
<b>Energiedichte</b>	$w = \frac{dW}{dV} = \frac{1}{2} * \rho * A_0^2 * \omega^2$	
<b>Intensität</b>	$I = \frac{dP}{dA} = \frac{dW/dt}{dA}$	$[I] = \frac{W}{m^2}$

## Interferenz / 1

**Definition:** Interferenz ist die Überlagerung von Wellen

### Interferenz von Wellen gleicher Frequenz und gleicher Amplitude

$$y = y_1 + y_2, \quad y_1 = A * \sin(kx - \omega t), \quad y_2 = A * \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$$y = A_s * \sin\left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2}\right), \quad A_s = 2 * A * \cos\frac{\varphi}{2}$$

### Additionstheorem

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 * \cos\frac{\alpha - \beta}{2} * \sin\frac{\alpha + \beta}{2}$$

### Unterscheidung

<p>Phasenwerte <math>\varphi</math></p> <p><math>\Delta = \text{Gangunterschied}</math></p>	<b>konstruktive Interferenz</b> $\cos\frac{\varphi}{2} = 1$ = doppelte Amplitude (Verstärkung)	<b>destruktive Interferenz</b> $\cos\frac{\varphi}{2} = 0$ = Auslöschung
	Bedingungen: $\Delta = \pm n * \lambda$ $\Delta = d * \sin \alpha_1$	Bedingung: $\Delta = (\pm 2n + 1) * \frac{\lambda}{2}$

### Interferenz von Wellen ähnlicher Frequenz = Schwebung

<b>gleiche Amplitude</b> 	$y = 2 * A * \cos(k'x - \omega't) * \sin(kx - \omega t)$ $k' \ll k, \quad \omega' \ll \omega$
<b>ungleiche Amplitude</b> 	<b>Schwebungsfrequenz</b> $f_s =  f_1 - f_2 $ = unvollständige Einschnürrung

## Interferenz / 2

### Interferenz von Wellen mit stark unterschiedlichen Frequenzen

ergibt periodische, aber nicht mehr sinusförmige Welle -> Fourier

### Interferenz von vielen Wellen aus einem engen Frequenzgebiet

1 einzelner Wellenimpuls (Klatschen, Geräusch)	-> sehr breites Frequenzspektrum
lange Welle (Ton)	-> kleines Frequenzspektrum

### Dispersion

	$v_{gr}$ Gruppengeschwindigkeit (v des Wellenpakets)
	$v_{ph}$ Phasengeschwindigkeit (v einer einzelnen Welle)

	Mit Dispersion	Ohne Dispersion	
<b>Ausbreitungsgeschwindigk.</b>	$c = c(\lambda)$	$c = const.$	
<b>Gruppen-/Phasengeschw.</b>	$v_{gr} \neq v_{ph}$ $v_{gr} = c(\lambda) - \lambda \frac{dc}{d\lambda}$	$v_{gr} = v_{ph}$	
<b>Beispiele</b>	Glas, Licht in Materie, Wasserwellen	Luft, Vakuum	
<b>Unterscheidung</b>	$\frac{dc}{d\lambda} > 0$ $v_{gr} < v_{ph}$	$\frac{dc}{d\lambda} < 0$ $v_{gr} > v_{ph}$	$\frac{dc}{d\lambda} = 0$

**Interferenz gegenläufiger Wellen = stehende Wellen**

$y_{1+2} = 2A * \sin(kx + \frac{\varphi}{2}) * \cos(\omega t + \frac{\varphi}{2})$ <b>x und t kommen in verschiedenen sin/cos-Funktionen vor!</b>	<b>Bedingungen</b>	<b>Es existieren</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• gleiches A</li> <li>• gleiche f</li> <li>• entgegengerichtet</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Schwingungsknoten (A = 0)</li> <li>• Schwingungsbäuche (A = max)</li> </ul>

**Reflexion**

<b>Festes Ende</b> Phasensprung um $\pm\pi$ Ende = Schwingungsknoten weiterzeichnen; an y spiegeln		<b>Zwei fixierte Enden</b> Länge des Seils $l = n * \frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, ..$ Grundschiwingung $f_1 = \frac{c}{2l}$ Oberschwingungen $f_n = n * f_1, \quad n = 2, 3, ..$
<b>Loses Ende</b> kein Phasensprung Ende = Schwingungsbau weiterzeichnen; an x und y spiegeln		<b>1 fixes, 1 loses Ende</b> Länge des Seils $l = (2n - 1) \frac{\lambda}{4}, \quad n = 0, 1, 2, ..$ Grundschiwingung $f_1 = \frac{c}{4l}$ Oberschwingungen $f_n = (2n - 1) * f_1, \quad n = 2, 3, ..$

**Ausbreitung von Wellen im Raum**

<b>isotrop</b> c in allen Richtungen gleich gross <b>Wellenflächen</b> Punkte gleicher Phase <b>Wellenstrahlen</b> senkrecht auf Wellenfronten	<b>Kugelwellen</b> 	<b>Ebene Wellen</b> 	<b>Intensität</b>	$I = \frac{dP}{dA} = \frac{1}{2} * \rho * A_0^2 * \omega^2 * c$
			<b>Energiedichte</b>	$w = \frac{dW}{dV} = \frac{P}{4\pi r^2 c}$
			<b>Amplitude</b>	$A_0(r) = const * \frac{1}{r}$

<b>Prinzip von Huygens-Fresnel</b> <b>Elementarwelle</b> Jeder Punkt im Raum, der von einer Welle erfasst wird, wirkt als Erregungszentrum, von dem aus ein Kugelwelle ausgeht.	<b>Reflexions- und Brechungsgesetz</b> <div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; margin: 5px;"> <b>Reflexion</b>                      Einfallswinkel = Ausfallswinkel  <math>\alpha = \alpha'</math> </div> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; margin: 5px;"> <b>Brechung</b>  <math>\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}</math> </div>
--	---

**Beugung**

Beugung ist die nicht-geradlinige Ausbreitung einer Welle hinter einem Hindernis.

Am Doppelspalt	Beugung am Einzelspalt	Amplitudenspektrum
		$A(\alpha) = \frac{A_0}{\frac{sk}{2} \sin \alpha} \sin \left( \frac{sk}{2} \sin \alpha \right)$
<b>Verstärkung</b>		
$d * \sin(\alpha_n) = n * \lambda$ $n = 0, \pm 1, ..$	$\sin(\alpha_n) = \frac{(2n + 1) \lambda}{2 s}$ $n = \pm 1, \pm 2, ..$	
<b>Auslöschung</b>		
$d * \sin(\alpha_n) = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$ $n = 0, \pm 1, ..$	$\sin(\alpha_n) = n \frac{\lambda}{s}$ $n = \pm 1, \pm 2, ..$	

**Dopplereffekt**

Bewegung	Bewegter Beobachter		Bewegte Quelle	
	$B \rightarrow Q$	$Q \rightarrow B$	$Q \rightarrow B$	$B \rightarrow Q$
neue Frequenz	$f = f_0 * \left(1 + \frac{v_B}{c}\right)$	$f = f_0 * \left(1 - \frac{v_B}{c}\right)$	$f = f_0 * \left(\frac{1}{1 - \frac{v_Q}{c}}\right)$	$f = f_0 * \left(\frac{1}{1 + \frac{v_Q}{c}}\right)$
Frequenzverschiebung $\Delta f = f - f_0$ (=Dopplerverschiebung)	$\Delta f = + \frac{v_B}{c} f_0$	$\Delta f = - \frac{v_B}{c} f_0$	$\Delta f = f_0 * \frac{v_Q}{c - v_Q}$	$\Delta f = f_0 * \frac{-v_Q}{c + v_Q}$

**Kopfwellen**

$v_Q = 0$	$v_Q < c$	$v_Q = c$ (Schallmauer)	$v_Q > c$ (Kopfwellen)
			$\text{Machzahl} = \frac{1}{\sin \alpha}$

**Akustik**

**Schallgeschwindigkeiten**

in Gasen	in Flüssigkeiten	in Festkörper
$c = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}}$	$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$	$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

**Schallmessung**

$L = 10 * \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$	$L$	Lautstärke	$[L] = \text{dB (Dezibel)}$
	$I_0 = 1 * 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$		
Phon	äquivalente Lautstärke		
Ton	sinusförmige Schallwelle		
Klang	Überlagerung von sinusförmigen Schallwellen		
Geräusch	nicht periodische Druckstörung		