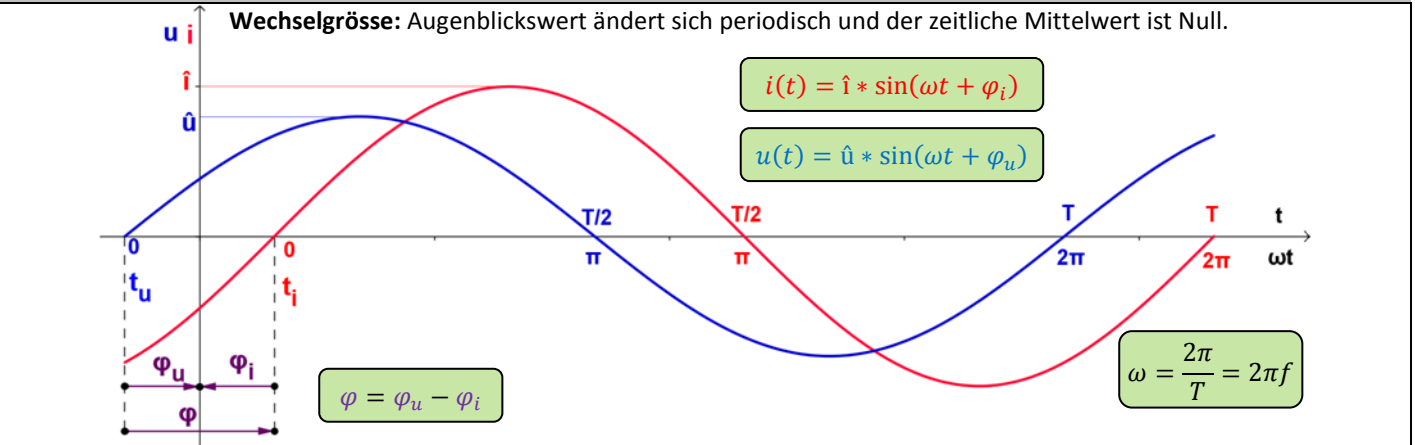


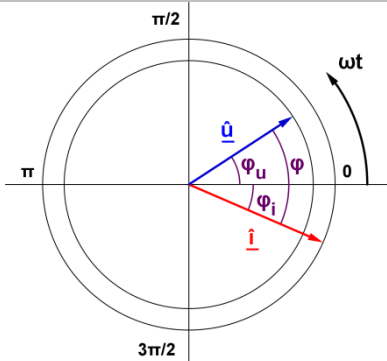
# WECHSELSTROMLEHRE

## Wechselgrößen

### Zeitlicher Verlauf

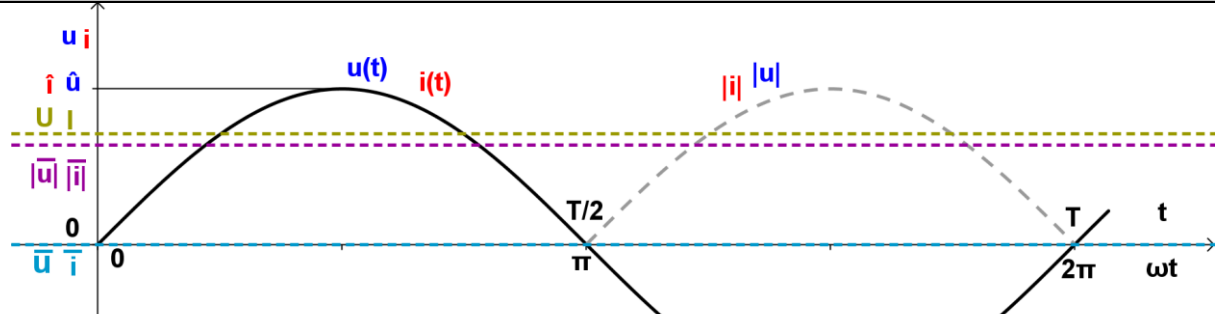


### Zeigerdarstellung



$u(t)$	Spannung	[V]
$\hat{u}$	Scheitелwert, Amplitude	[V]
$\hat{u}$	Spannungszeiger	[V]
$i(t)$	Strom	[A]
$\hat{i}$	Scheitелwert, Amplitude	[A]
$\hat{i}$	Stromzeiger	[A]
$\omega$	Kreisfrequenz	[s <sup>-1</sup> ] Hz
$T$	Periodendauer	[s]
$f$	Frequenz	[s <sup>-1</sup> ] [Hz]
$\varphi$	Phasenverschiebungswinkel	[rad]
$\varphi_u, \varphi_i$	Nullphasenwinkel	[rad]
$t_u, t_i$	Nullphasenzeit	[s]

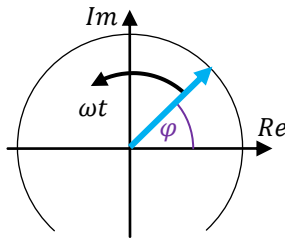
### Mittelwerte (Gleichwert, Gleichrichtwert und Effektivwert)



	Spannung	Strom	bei Sinus	
<b>Gleichwert</b> =arithmetischer Mittelwert	$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u dt$	$\bar{i} = \frac{1}{T} \int_0^T i dt$	$\bar{u} = 0$	$\bar{i} = 0$
<b>Gleichrichtwert</b>	$\overline{ u } = \frac{1}{T} \int_0^T  u  dt$	$\overline{ i } = \frac{1}{T} \int_0^T  i  dt$	$\overline{ u } = \frac{2}{\pi} \hat{u}$	$\overline{ i } = \frac{2}{\pi} \hat{i}$
<b>Effektivwert</b> = gleich dem Wert des Gleichstroms	$U_{-} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}$	$I_{-} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$	$U_{-} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$	$I_{-} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$
Formfaktor	$F = \frac{U_{-}}{\overline{ u }} = \frac{I_{-}}{\overline{ i }}$		$F = \frac{\sqrt{2} * \pi}{2} = 1.11$	
Scheitelfaktor	$\sigma = \frac{\hat{u}}{U_{-}} = \frac{\hat{i}}{I_{-}}$		$\sigma = \sqrt{2}$	

**Komplexe Darstellung von Sinusgrößen**

**Komplexe Zeiger**



**Polarform Drehzeiger**

$$\underline{u}(t) = \hat{u} * e^{j(\omega t + \varphi_u)}$$

$$\underline{i}(t) = \hat{i} * e^{j(\omega t + \varphi_i)}$$

**Polarform Festzeiger**

$$\underline{u} = \hat{u} * e^{j\varphi_u}$$

$$\underline{i} = \hat{i} * e^{j\varphi_i}$$

**Komponentenform Drehzeiger**

$$\underline{u}(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \varphi_u) + j * \hat{u} \sin(\omega t + \varphi_u)$$

$$\underline{i}(t) = \hat{i} \cos(\omega t + \varphi_i) + j * \hat{i} \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$\underline{u}(t)$	$\underline{i}(t)$	Effektivwert
$\hat{u}$	$\hat{i}$	Scheitelwert
$\varphi_u$	$\varphi_i$	Startwinkel
$e^{j(\omega t)}$		Drehfaktor

**Ideal Bauelemente**

L	Induktivität	$[L] = H = \frac{Vs}{A}$	R	Widerstand	$[R] = \Omega$	$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{\hat{u}}{\hat{i}}$	Impedanz
C	Kapazität	$[C] = F = \frac{As}{V}$	G	Leitwert	$[G] = S$	$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\hat{i}}{\hat{u}}$	Admittanz

**Übersicht**

Ohmscher Widerstand, R		Ideale Spule, L		Idealer Kondensator, C	
$R$ (Widerstand)		$x_L$ (Blindwiderstand) = $\omega L$		$x_C$ (Blindwiderstand) = $-\frac{1}{\omega C}$	
$G$ (Leitwert) = $1/R$		$B_L$ (Blindleitwert) = $-1/\omega L$		$B_C$ (Blindleitwert) = $\omega C$	
$B = 0$ (ohmsch) = $1/x$		$B < 0$ (induktiv)		$B > 0$ (kapazitiv)	
$u(t) = \hat{u} * \sin(\omega t)$ $i(t) = \hat{i} * \sin(\omega t)$		$u(t) = \hat{u} * \sin(\omega t + \varphi_u)$ $i(t) = \hat{i} * \sin(\omega t)$		$u(t) = \hat{u} * \sin(\omega t)$ $i(t) = \hat{i} * \sin(\omega t + \varphi_i)$	
$u(t) = R * i(t)$		$u(t) = L * \frac{di(t)}{dt}$		$i(t) = C * \frac{du(t)}{dt}$	
$\hat{u} = R * \hat{i}$	$U_{-} = R * I_{-}$	$\hat{u} = \omega L * \hat{i}$	$U_{-} = \omega L * I_{-}$	$\hat{u} = \frac{1}{\omega C} * \hat{i}$	$U_{-} = \frac{1}{\omega C} * I_{-}$
$\varphi_u = \varphi_i$ $\varphi = 0$		$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{2}$		$\varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{2}$	
$\underline{u}(t) = \hat{u} * e^{j\omega t}$		$\underline{u}(t) = j\omega L * \underline{i}(t)$		$\underline{u}(t) = j\omega C * \underline{i}(t)$	
$\underline{i}(t) = \hat{i} * e^{j\omega t}$		$\underline{i}(t) = \hat{i} * e^{j\omega t}$		$\underline{i}(t) = C * \frac{du(t)}{dt}$	
$\underline{Z} = R = \frac{1}{G}$		$\underline{Z} = jx_L = j\omega L$		$\underline{Z} = jx_C = -j \frac{1}{\omega C}$	
$\underline{Y} = G = \frac{1}{R}$		$\underline{Y} = jB_L = -\frac{j}{\omega L}$		$\underline{Y} = jB_C = j\omega C$	

**Reihenschaltung von R, L und C**

	Ohmscher Widerstand	Ideale Spule	Idealer Kondensator
<b>Reihenschaltung Serienschaltung</b>	$u = u_1 + u_2 + \dots$ $i = i_1 = i_2 = \dots$ $R = R_1 + R_2 + \dots$	$u(t) = u_1(t) + u_2(t) + \dots$ $L = L_1 + L_2 + \dots$	$\frac{du(t)}{dt} = \frac{du_1(t)}{dt} + \frac{du_2(t)}{dt}$ $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$
<b>Parallelschaltung</b>	$u = u_1 = u_2 = \dots$ $i = i_1 + i_2 + \dots$ $G = G_1 + G_2 + \dots$	$i(t) = i_1(t) + i_2(t) + \dots$ $\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots$	$\frac{dQ(t)}{dt} = \frac{dQ_1(t)}{dt} + \frac{dQ_2(t)}{dt}$ $C = C_1 + C_2 + \dots$

**Berechnung von Kreisen mit Widerstand, Spule und Kondensator**

Vergleich	Reihenschaltung / Serienschaltung		Parallelschaltung	
	$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2$		$\underline{Y}_1 = \underline{Y}_2$	
	R + L	R + C	R + L	R + C

Zeigerdiagramm der Spannung der Ströme				
	$\underline{u} = \underline{u}_R + \underline{u}_L + \underline{u}_C$		$\underline{i} = \underline{i}_R + \underline{i}_L + \underline{i}_C$	
Widerstands-dreieck Leitwert-dreieck				
	$\underline{Z} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}$		$\underline{Y} = G - j\frac{1}{\omega L} + j\omega C$	

**Berechnung mit komplexer Darstellung**

Reelle Funktion aufstellen	in kompl. Darst. umwandeln	Abspaltung des Zeitfaktors $e^{j\omega t}$
$u(t) = \hat{u} * \sin(\omega t + \varphi_u)$ $i(t) = \hat{i} * \sin(\omega t + \varphi_i)$ $\sin(\varphi) = \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right)$	$\underline{u}(t) = \hat{u} * e^{j\omega t + \varphi_u}$ $\underline{i}(t) = \hat{i} * e^{j\omega t + \varphi_i}$	$\underline{\hat{u}}(t) = \hat{u} * e^{j\varphi_u}$ $\underline{\hat{i}}(t) = \hat{i} * e^{j\varphi_i}$
Berechnung der ges. Grösse	komplexen Scheitelwert mit Zeitfaktor ergänzen	Abspaltung des Imaginär-Teiles
$A = \sqrt{R^2 + X^2}$ $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{X}{R}\right)$	$\underline{u}(t) = \hat{u} * e^{j\omega t + \varphi_u}$ $\underline{i}(t) = \hat{i} * e^{j\omega t + \varphi_i}$ $\underline{u}(t) = A * e^{j\omega t + \varphi}$	$u(t) = \hat{u} * \sin(\omega t + \varphi_u)$ $i(t) = \hat{i} * \sin(\omega t + \varphi_i)$ $u(t) = A * \sin(\omega t + \varphi)$

**Umwandlung von Reihen- und Parallelschaltung**

Ansatz: Impedanz und Admittanz bleiben gleich

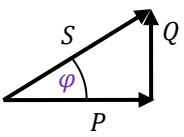
Reihen- in Parallelschaltung		Parallel- in Reihenschaltung	
Schaltbild		Schaltbild	
Impedanz	$\underline{Z}_1 = R_1 + jx_1$	Admittanz	$\underline{Y}_1 = G_1 + jB_1$
Admittanz	$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{R_1 + jx_1}$	Impedanz	$\underline{Z}_1 = \frac{1}{\underline{Y}_1} = \frac{1}{G_1 + jB_1}$
Admittanz gleichsetzen	$\underline{Y}_1 = \underline{Y}_2$ $R_2$ und $x_2$ mit Im() und Re() berechnen	Impedanz gleichsetzen	$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2$ $R_2$ und $x_2$ mit Im() und Re() berechnen

**Ersatzschaltung**

**Allgemeine Parallelschaltung**

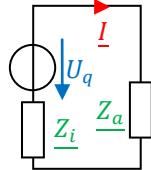
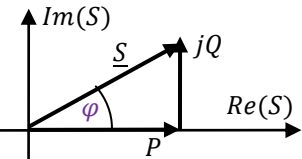
	$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = U * \underline{Y}_1 + U * \underline{Y}_2$
$\underline{Y}_1 = G_1 + jB_1$ $\underline{Y}_2 = G_2 + jB_2$	$\underline{Y}_e = G + jB$ $G = G_1 + G_2$ $B = B_1 + B_2$

**Leistung im Wechselstromkreis**

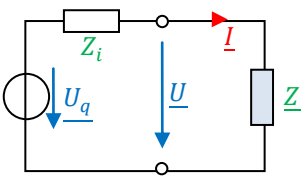
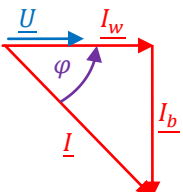
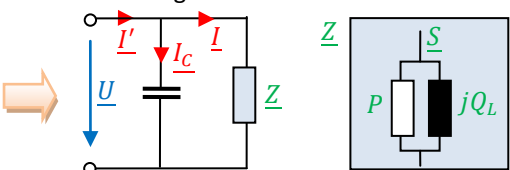
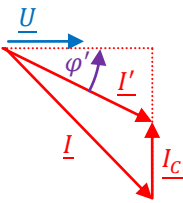
ohmsch-induktiv $Q > 0$  ohmsch-kapazitiv $Q < 0$	<b>Leistung</b>	$p(t) = U * I (\cos \varphi_U - \cos(2\omega t + \varphi))$	$[p] = W$
	<b>Wirkleistung</b>	$P = U * I * \cos \varphi = S * \cos \varphi$	$[P] = W$
	<b>Blindleistung</b>	$Q = U * I * \sin \varphi = S * \sin \varphi$	$[Q] = 1var$ (volt ampere reactive)
	<b>Scheinleistung</b>	$S = U * I = \sqrt{P^2 + Q^2}$	$[S] = 1VA$
	<b>Leistungsfaktor</b>	$\cos \varphi = \frac{P}{S}$	$[\varphi] = rad$

**komplexe Scheinleistung**

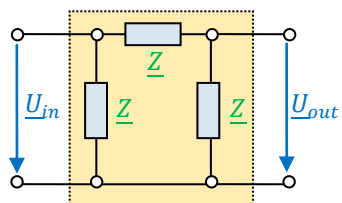
**Wirkleistungsanpassung**

<b>Leistungsdreieck</b>	<b>komplexe Scheinleistung</b>	<b>max. Leistung</b>	 $Z_i = R_i + jX_i$ $Z_a = R_a + jX_a$
	$\underline{S} = \underline{U} * \underline{I}^* = U * I * e^{-j\varphi}$ $\underline{S} = S \cos \varphi + j * S \sin \varphi$ $\underline{S} = P + jQ$	$Z_a = Z_i^*$ $Y_a = Y_i^*$ $R_i = R_a$ $-X_i = X_a$	

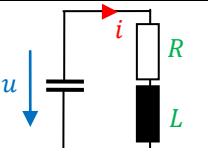
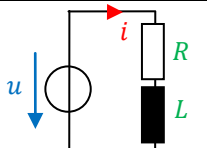
**Blindleistungskompensation**

		$\frac{I_w}{I_b}$ Wirkstrom $\frac{I_b}{I}$ Blindstrom
Parallelschaltung eines Kondensators 		$I$ (wird kleiner zu) $I'$ $P = R_i * I^2$ (wird kleiner) $\varphi$ (wird kleiner zu) $\varphi'$
		$C = \frac{I_w (\tan \varphi - \tan \varphi')}{U * \omega}$ $P = I_w * U$

**Tief- und Hochpass, Übertragungsfunktionen**

<b>Vierpol</b> 	$\underline{G}(f) = \frac{U_{out}}{U_{in}}$	$\underline{G}(f)$	Übertragungsfunktion	$[\underline{G}(f)] = (...)$
	$VdB = 20 \log \left  \frac{U_{out}}{U_{in}} \right $	VdB	Übertragungsmass	$[VdB] = dB$
	$G(f_g) = \frac{1}{\sqrt{2}} * G(f_{max})$	$f_g$	Grenzfrequenz	$[f_g] = Hz$
<b>Tiefpass</b>	lässt tiefe Frequenzen passieren			
<b>Hochpass</b>	lässt hohe Frequenzen passieren			
<b>Bandpass</b>	(Kombination) lässt nur ein gewisse Bandbreite passieren			

**Schwingkreise**

<b>Freie Schwingung</b>	<b>Erzwungene Schwingung</b>
	

**Drehstromtechnik**

Zeigerdiagramm		Liniendiagramm	
	$\begin{aligned} U_{12} &= U_1 - U_2 \\ U_{23} &= U_2 - U_3 \\ U_{31} &= U_3 - U_1 \end{aligned}$		$\begin{aligned} u_1 &= \hat{u}_1 * \sin(\omega t) \\ u_2 &= \hat{u}_2 * \sin(\omega t - 120^\circ) \\ u_3 &= \hat{u}_3 * \sin(\omega t - 240^\circ) \end{aligned}$
	$U_{12} + U_{23} + U_{31} = 0$ $U_{12} + U_{23} + U_{31} \neq 0$		
$U_1 = U_2 = U_3 = U_{st} = 230V$ $U_{12} = U_{23} = U_{31} = U = 400V$			

Dreieckschaltung		Sternschaltung													
	<table border="1"> <tr><td>N</td><td>Knotenpunkt</td></tr> <tr><td>N</td><td>Neutralleiter</td></tr> <tr><td>L1, L2, L3</td><td>Aussenleiter</td></tr> <tr><td>U1, U2, U3</td><td>Strangspannungen</td></tr> <tr><td>Ust</td><td>Sternspannungen</td></tr> <tr><td>U12, U23, U31, U</td><td>Aussenleiterspannungen</td></tr> </table>	N	Knotenpunkt	N	Neutralleiter	L1, L2, L3	Aussenleiter	U1, U2, U3	Strangspannungen	Ust	Sternspannungen	U12, U23, U31, U	Aussenleiterspannungen		
N	Knotenpunkt														
N	Neutralleiter														
L1, L2, L3	Aussenleiter														
U1, U2, U3	Strangspannungen														
Ust	Sternspannungen														
U12, U23, U31, U	Aussenleiterspannungen														
Verkettete Spannung $U_L = U_\Delta = U_{Str}$		Verkettete Spannung $U_L = \sqrt{3} * U_\lambda$													
Aussenleiterstrom $I_L = \sqrt{3} * I_\Delta = \sqrt{3} * I_{Str}$		Aussenleiterstrom $I_L = I_\lambda = I_{Str}$													
<b>Symmetrische Last</b> $Z_{12} = Z_{23} = Z_{31} = Z = \frac{1}{Y}$ $I_{12} = I_{23} = I_{31} = I_{Str}$ $I_1 = I_2 = I_3 = \sqrt{3} * I_{Str}$ $I_{12} = U_{12} * Y$ $I_1 = I_{12} - I_{31}$		<b>Mit Neutralleiter</b> symmetrisch $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z$ $I_1 + I_2 + I_3 = I_N = 0$ unsymmetrisch $I_1 = U_1 * Y_1$ $I_1 + I_2 + I_3 = I_N$													
<b>Unsymmetrische Last</b> $I_{12} = \frac{U_{12}}{Z_{12}} * Y_{12}$ $I_{23} = \frac{U_{23}}{Z_{23}} * Y_{23}$ $I_{31} = \frac{U_{31}}{Z_{31}} * Y_{31}$ $I_1 = I_{12} - I_{31}$ $I_2 = I_{23} - I_{12}$ $I_3 = I_{31} - I_{23}$		<b>Ohne Neutralleiter</b> $I_N = I_1 + I_2 + I_3 = 0$ $I_1 = (U_1 - U_N) * Y_1$ $U_N = \frac{U_1 * Y_1 + U_2 * Y_2 + U_3 * Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3}$													

Stern in Dreieck		Dreieck in Stern	
<b>unsymmetrisch</b> $R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$ $R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}$ $R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}$	<b>symmetrisch</b> $R_{12} = R_{23} = R_{31} = R_\lambda$ $R_\Delta = 3 * R_\lambda$	<b>unsymmetrisch</b> $R_1 = \frac{R_{12} * R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$ $R_2 = \frac{R_{12} * R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$ $R_3 = \frac{R_{31} * R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$	<b>symmetrisch</b> $R_{12} = R_{23} = R_{31} = R_\Delta$ $R_\lambda = \frac{R_\Delta}{3}$

## Leistung im Dreiphasensystem

## Allgemein

$\underline{S} = \sum (P_{Str} + jQ_{Str})$	$\underline{S}_{Str} = \underline{U}_{Str} * \underline{I}_{Str}^*$
---	---

## Symmetrische Last

	Dreieckschaltung	Sternschaltung
Strangwirkleistung	$P_{Str} = U_L * I_{Str} * \cos \varphi$	$P_{Str} = U_{Str} * I_L * \cos \varphi$
Gesamtwirkleistung	$P_{ges} = \sqrt{3} * U_L * I_L * \cos \varphi$	
Gesamtscheinleistung	$S_{ges} = \sqrt{3} * U_L * I_L$	
Gesamtblindleistung	$Q_{ges} = \sqrt{3} * U_L * I_L * \sin \varphi$	

## Unsymmetrische Last

Dreieckslast	$\underline{S}_{ges} = \underline{U}_{12} * \underline{I}_{12}^* + \underline{U}_{23} * \underline{I}_{23}^* + \underline{U}_{31} * \underline{I}_{31}^*$ $P_{ges} = U_{12} * I_{12} * \cos \varphi_{12} + U_{23} * I_{23} * \cos \varphi_{23} + U_{31} * I_{31} * \cos \varphi_{31}$
Sternschaltung mit Neutralleiter	$\underline{S}_{ges} = \underline{U}_1 * \underline{I}_1^* + \underline{U}_2 * \underline{I}_2^* + \underline{U}_3 * \underline{I}_3^*$ $P_{ges} = U_1 * I_1 * \cos \varphi_1 + U_2 * I_2 * \cos \varphi_2 + U_3 * I_3 * \cos \varphi_3$
Sternschaltung ohne Neutralleiter	$\underline{S}_{ges} = \underline{U}'_1 * \underline{I}'_1^* + \underline{U}'_2 * \underline{I}'_2^* + \underline{U}'_3 * \underline{I}'_3^*$ $P_{ges} = U'_1 * I'_1 * \cos \varphi'_1 + U'_2 * I'_2 * \cos \varphi'_2 + U'_3 * I'_3 * \cos \varphi'_3$