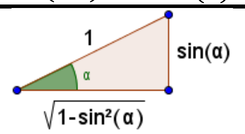
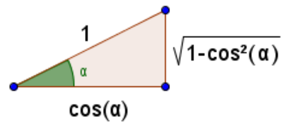
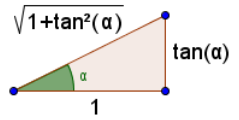
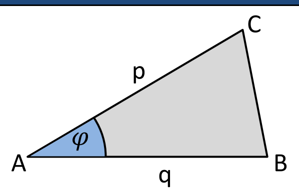
HARMONISCHE SCHWINGUNG (TRIGONOMETRIE)

	Sinus	Cosinus	Tangens
algebraisch	$\sin(\alpha) = \frac{Gegenkathete}{Hypothenuse}$	$\cos(\alpha) = \frac{Ankathete}{Hypothenuse}$	$\tan(\alpha) = \frac{Gegenkathete}{Ankathete}$
geometrisch	y-Koordinate des Punktes P auf dem Einheitskreis	x-Koordinate des Punktes P auf dem Einheitskreis	y-Koordinate des Punktes H auf dem Tangententräger
Definitionsbereich	$D = R$	$D = R$	$D = R\backslash\{\pi/2 + k * \pi\}; k \in Z$
Wertebereich	$W = [-1; 1]$	$W = [-1; 1]$	$W = R$
Symmetrie	$\sin(-x) = -\sin(x)$	$\cos(-x) = \cos(x)$	$\tan(-x) = -\tan(x)$
Ersetzung			
± ist abhängig vom Winkel α	$]0;\pi[$ | $]\pi - 2\pi[$	$]0;\frac{\pi}{2}[$ | $]\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}[$ | $]\frac{3\pi}{2};\pi[$	$]0;\frac{\pi}{2}[$ | $]\frac{\pi}{2};\pi[$ | $]\pi;\frac{3\pi}{2}[$ | $]\frac{3\pi}{2};\pi[$
Vorzeichen	+ | −	+ | − | +	+ | − | + | −
Ersetzung durch sin	−	$\sqrt{1-\sin^2(\alpha)}$	$\frac{\sin(\alpha)}{\sqrt{1-\sin^2(\alpha)}}$
Ersetzung durch cos	$\sqrt{1-\cos^2(\alpha)}$	−	$\frac{\sqrt{1-\cos^2(\alpha)}}{\cos(\alpha)}$
Ersetzung durch tan	$\frac{\tan(\alpha)}{\sqrt{1+\tan^2(\alpha)}}$	$\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2(\alpha)}}$	−
Gesetze	**Sinussatz** $\frac{a}{b} = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)}$	**Kosinussatz** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc * \cos(\alpha)$	**Trigonometrischer Pythagoras** $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$
Zusammenhänge	$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$	$\cos(\alpha) = \sin(90° - \alpha)$ $\cos(\alpha) = \sin(90° + \alpha)$	Additionstheoreme Papula S.94-97

Wertetabelle (mit Hilfe der speziellen Dreiecke)

	0° **0**	**30°** $\frac{\pi}{6}$	**45°** $\frac{\pi}{4}$	**60°** $\frac{\pi}{3}$	**90°** $\frac{\pi}{2}$	**120°** $\frac{2\pi}{3}$	**135°** $\frac{3\pi}{4}$	**150°** $\frac{5\pi}{6}$	**180°** π	**210°** $\frac{7\pi}{6}$	**225°** $\frac{5\pi}{4}$	**240°** $\frac{4\pi}{3}$	**270°** $\frac{3\pi}{2}$	**300°** $\frac{5\pi}{3}$	**315°** $\frac{7\pi}{4}$	**330°** $\frac{11\pi}{6}$	**360°** 2π
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2}$	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	err	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	err	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
cot	err	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	err	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	err

Flächeninhalt



$$A = \frac{1}{2} * p * q * \sin(\varphi)$$

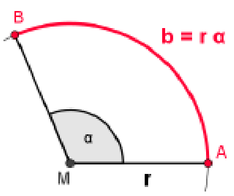
Bogenmass

$$180° = \pi$$

$$\alpha(bog) = \frac{\pi}{180°} * \alpha(grad)$$

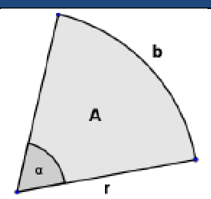
$$\alpha(grad) = \frac{180°}{\pi} * \alpha(bog)$$

Bogenlänge



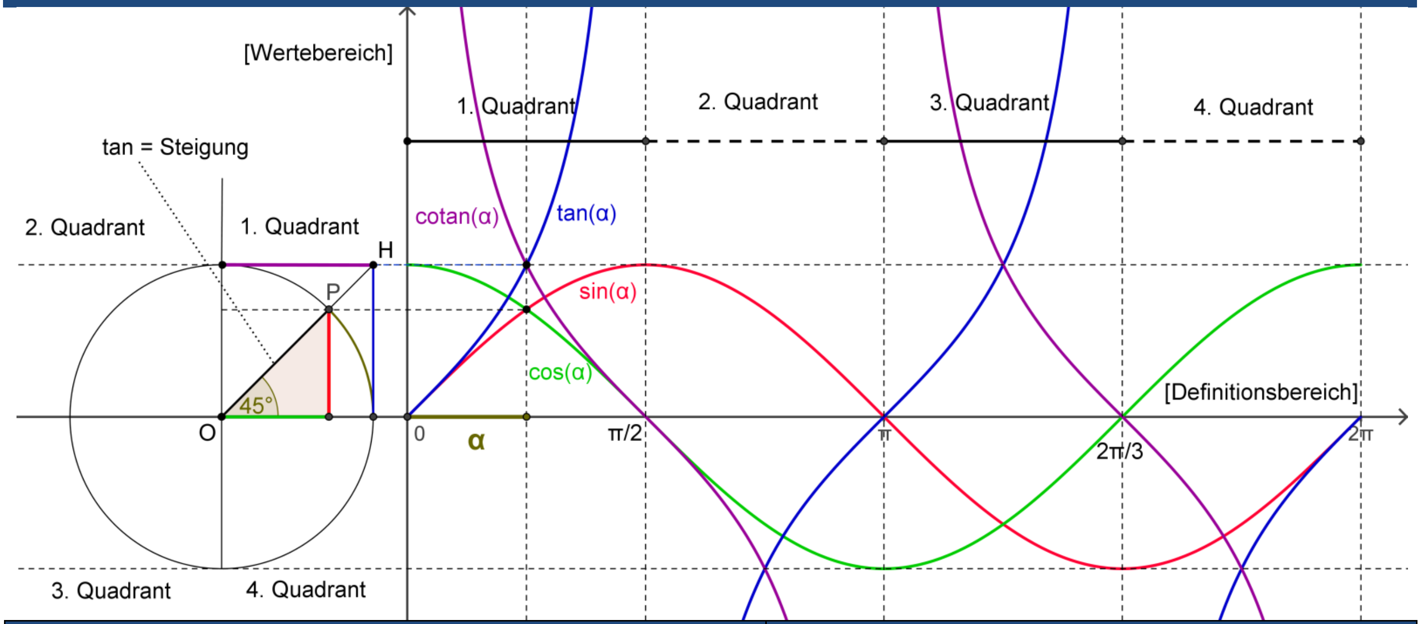
$$b = r * \alpha\ (rad)$$

Kreissektor

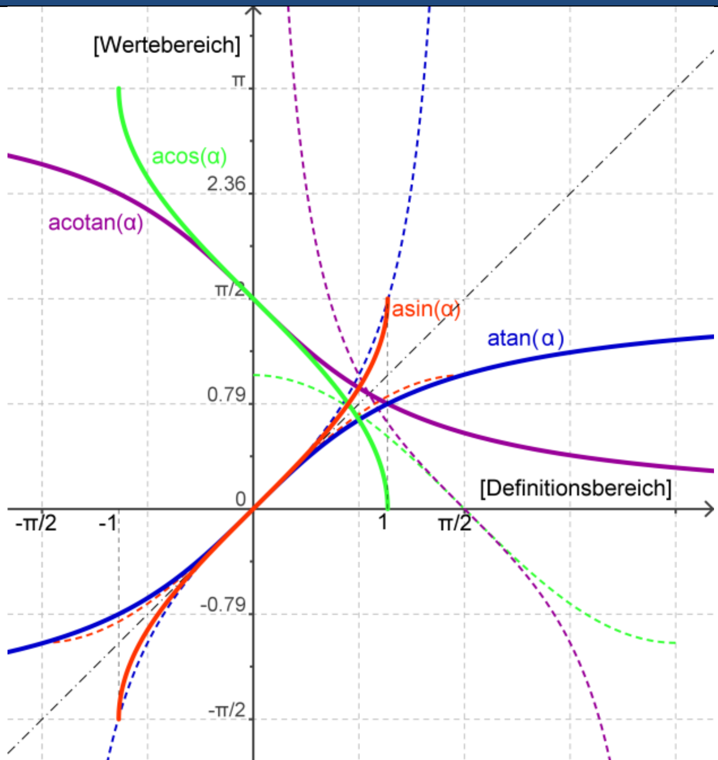


$$A = \frac{b * r}{2} = \frac{\alpha * r^2}{2}$$

Einheitskreis und Funktionsgraph



Arkusfunktionen



Gesetze

Sinussatz	$\frac{a}{b} = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)}$
Kosinussatz	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc * \cos(\alpha)$
Trigonometrischer Pythagoras	$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$
Sinus-Cosinus	$\sin(a) = \cos(90° + \alpha)$

Sinus	ungerade	$\sin \alpha = -\sin -\alpha$
Cosinus	gerade	$\cos(\alpha) = -\cos(\alpha)$

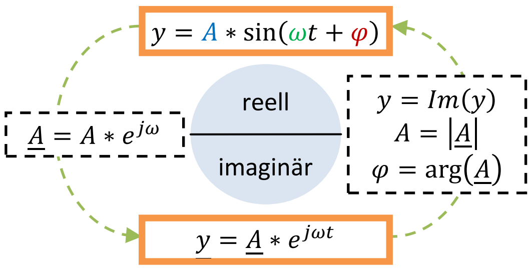
Tangens	$f(x) = \tan a$
Cotangens	$\frac{1}{f(x)} = \text{cotan}\, a$
Arkustangens	$f^{-1}(x) = \arctan a$

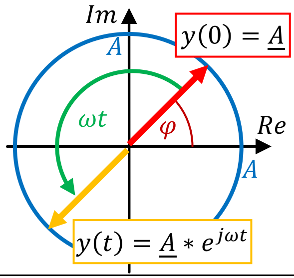
Schwingungen als komplexe Zeiger

Im Reelen

$y = A * \sin(\omega t + \varphi)$	A	Amplitude	$\sin(\varphi) = \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right)$	$\cos(\varphi) = \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right)$
	ω	Kreisfrequenz		
	φ	Phasenverschiebung		

Im Komplexen





$\lvert\underline{A}\rvert$	Reelle Amplitude
$\underline{A}$	Komplexe Amplitude = Anfangszustand
$e^{j\omega t}$	Zeitfunktion