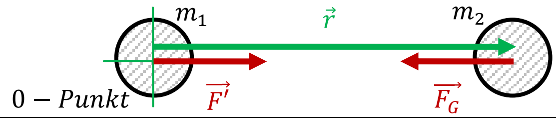
ELEKTRIZITÄT & MAGNETISMUS

Elektrische Ladung / Coulombkraft / Elektrisches Feld

Gravitationsgesetz (F_G = Gewichtskraft)

$$F_G = G^* * \frac{m_1 * m_2}{r^2}$$

$$\overrightarrow{F_G} = -G^* * \frac{m_1 * m_2}{r^2} * \frac{\vec{r}}{r}$$



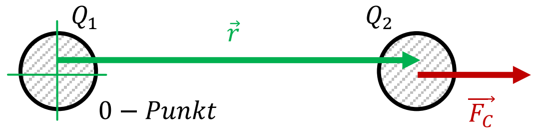
m_1 ist die Ursache von F_G

G^*	Gravitationskonstante	$G^* = 6.67 * 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$

Coulombgesetz (F_C = Coulombkraft)

$$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{|Q_1 * Q_2|}{r^2}$$

$$\overrightarrow{F_C} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{Q_1 Q_2}{r^2} * \frac{\vec{r}}{r}$$



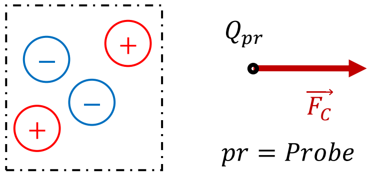
$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 * 10^9 \frac{N * m^2}{C^2}$$

Elementarladung e

$e = Q(p^+) = -Q(n^-)$	Ladung ist quantisiert (vielfaches eines Kleinststück, e)	$e = 1.6 * 10^{-19} C$

Das elektrische Feld $\vec{E}$

$$\vec{E} = \frac{\overrightarrow{F_C}}{Q_{pr}}$$

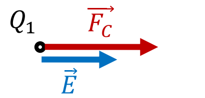
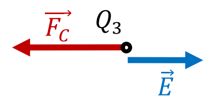


Feldbegriff

Q's → Veränderung der Raumeigenschaft = Feld → Wirkung des Feldes = Kraft auf eine Probeladung

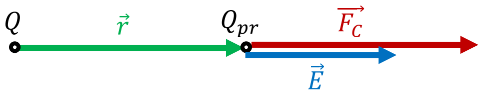
Wie wirkt $\overrightarrow{E_{(p)}}$ auf eine dort befindliche Ladung Q?

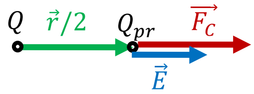
$$\overrightarrow{F_C} = Q * \vec{E}$$

q = Ladung ohne Vorzeichen			
Q = Ladung mit Vorzeichen	$Q_1 = +q$	$Q_2 = +2q$	$Q_3 = -q$

Das $\vec{E}$-Feld einer Punktladung Q

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{Q}{r^2} * \frac{\vec{r}}{r}$$

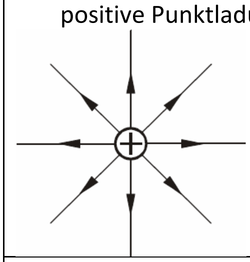
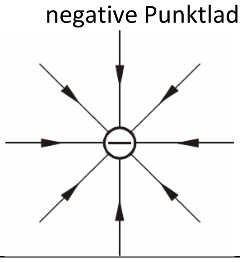
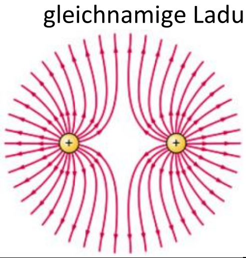
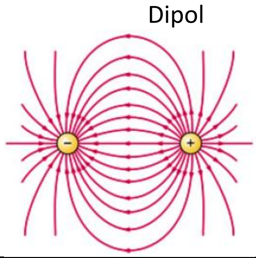




Das $\vec{E}$-Feld mehrere Punktladung Q

$$\vec{E}(Q_1, Q_2, \ldots) = \overrightarrow{E_1}(Q_1) + \overrightarrow{E_2}(Q_2) + \cdots$$

Elektrische Feldlinien

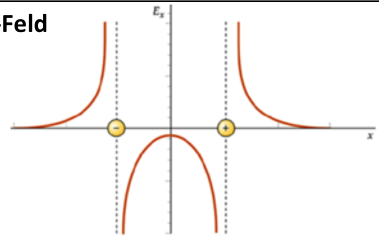
positive Punktladung	negative Punktladung	gleichnamige Ladungen	Dipol
			

Gehen vom Plus zum Minus
Stehen senkrecht auf einer Leiteroberfläche

Feldlinien **kreuzen** sich **nicht**
Dichte der Feldlinien proportional zur Feldstärke

Das E-Feld diskreter und kontinuierlicher Ladungsverteilungen

Dipol im homogenen elektrischen Feld

Dipolmoment $\vec{p} = q * \vec{l}$		**E-Feld** 
Drehmoment $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$	Gleich grosse Ladung Entgegengesetzt Dreht sich bis er in Richtung der Feldlinien steht	

E-Feldkontinuierlicher Ladungsverteilung

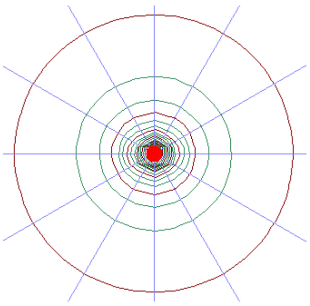
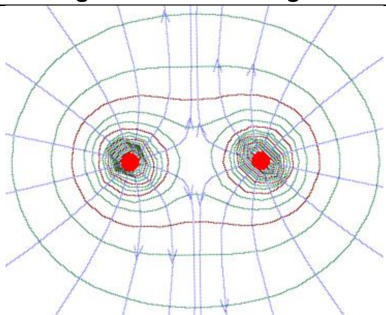
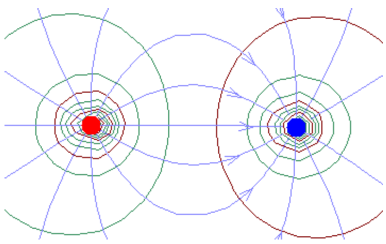
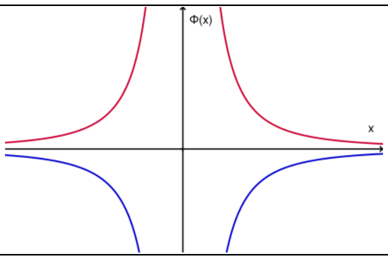
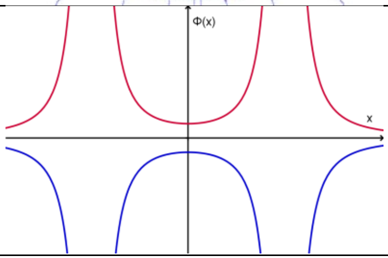
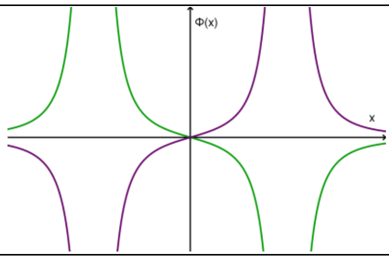
Raumladungsdichte	$\rho = \frac{dq}{dV}$	$\vec{E} = \int_V \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{\rho * dV}{r^2} * \vec{e_r}$
Flächenladungsdichte	$\sigma = \frac{dq}{dA}$	$\vec{E} = \int_A \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{\sigma * dA}{r^2} * \vec{e_r} =$
Linienladungsdichte	$\lambda = \frac{dq}{dl}$	$\vec{E} = \int_l \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{\lambda * dl}{r^2} * \vec{e_r} =$

Das elektrisches Potential und die elektrische Spannung

Definition elektrisches Potential

$\phi(P) = \frac{W(\infty \to P)_{aufzuwendend}}{Q_{pr}}$ $\phi(P) = \frac{W(P \to \infty)_{freiwerdend}}{Q_{pr}}$	$\left(\phi(P) = \int_P^\infty \vec{E}\, d\vec{s}\right)$ $W_{pot}^{elektr.} = Q_{pr} * \phi$	Äquipotentialflächen/-linien stehen senkrecht auf elektrischen Feldlinien.

Potentiallinienbilder

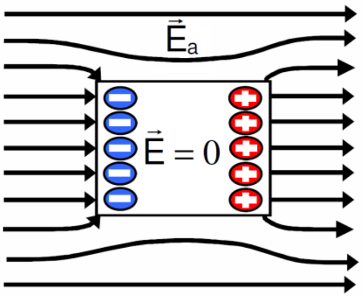
1ner Punktladung	2 gleiche Punktladungen	2 ungleiche Punktladungen (Dipol)
		
		
$\phi(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{Q}{r}$	$\phi(P) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} * \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_1}\right)$	$\phi(P) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} * \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$

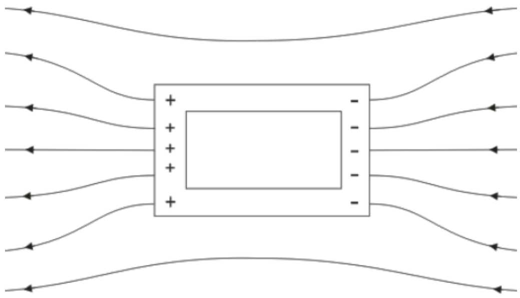
Elektrische Spannung

Spannung – elektrisches Feld	$U_{12} = \int_1^2 \vec{E} * d\vec{s}$	Spannung ist das Linienintegral der elektrischen Feldstärke
	$U_{12} = E * d$	Beim Plattenkondensator
Spannung – Potential	$U_{12} = \Phi_1 - \Phi_2$	Spannung ist die Potentialdifferenz
Spannung – Arbeit und Ladung	$U_{12} = \frac{W_{12}}{Q}$	Spannung ist die freiwerdende Arbeit einer Ladung

Influenz (Vorgang der Ladungstrennung)

Leiter im homogenen E-Feld (Faraday-Käfig) **Hohlleiter in E-Feld**





Das Innere eines Leiters ist stets feldfrei
Elektrische Feldlinien stehen stets senkrecht auf Leiteroberflächen
Der Hohlraum im Innern ist feldfrei (auch wenn der Leiter geladen ist)

Influenzgesetz

$Q_i = \varepsilon_0 * E * A_p$ $Q_i = \varepsilon_0 * \vec{E} * \vec{A}$	Q_i	Influenzierte Ladung	$[Q_i] = C$
	ε_0	Influenzkonstante, elektrische Feldkonstante	$\varepsilon_0 = 8.85 * 10^{-12} \frac{As}{Vm}$
	A_p	projizierte Fläche (in Richtung Feldlinien)	$[A_p] = m$
$D = \sigma$	D	Verschiebungsdichte	$D = \varepsilon_0 * E$ $\quad \vec{D} = \varepsilon_0 * \vec{E}$
	σ	Flächenladungsdichte	$\sigma = \frac{dQ}{dA}$

Kann auf zwei Arten gelesen werden

Influenzieren von Ladungen	Ungeladener Leiter in einem E-Feld	$D = \sigma$	$\sigma = \varepsilon_0 * E$
Erzeugung eines E-Feldes auf Oberflächen	Geladener Leiter ohne zusätzl. E-Feld	$\sigma = D$	$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

((E-Feld Berechnungen mit dem Satz von Gauss))

nicht behandelt

Kapazität und elektrische Feldenergie

Kapazität

$C = \frac{Q}{U}$	C	Kapazität	$[C] = F\ (Farad) = \frac{C}{V}$

Vorgehen bei Berechnung		**Kapazität eines Plattenkondensators**	**Kapazität einer isolierten Metallkugel**
E anhand von Q	$\vec{E} = \frac{\vec{F_C}}{Q_{pr}}$	$C = \varepsilon * \frac{A}{d}$	$C = 4\pi\varepsilon_0 * r_0$
U anhand von E	$U_{12} = \int_1^2 \vec{E} * d\vec{s}$		
C anhand von Q und U	$C = \frac{Q}{U}$		

Speicherung elektrischer Energie

Eines Kondensators	**Energiedichte w des elektrischen Feldes**
$W_{tot} = \frac{1}{2} C * U_0^2$	$w = \frac{dW}{dV}$ $\quad w = \frac{1}{2}\varepsilon_0 * E^2 = \frac{1}{2} D * E$

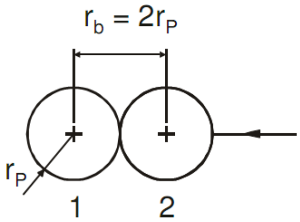
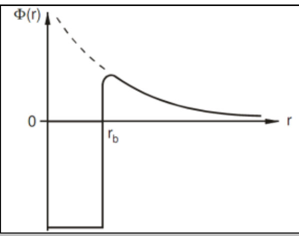
Dielektrika - Isolatoren im elektrischen Feld

$\varepsilon_r = \frac{Q_m}{Q_O} = \frac{C_m}{C_O}$ $\varepsilon = \varepsilon_r * \varepsilon_0$	ε_r	relative Dielektrizitätskonstante	$\varepsilon_r = 1\ bei\ Luft$
	Q_m, C_m	mit Materie	
	Q_O, C_O	ohne Materie	

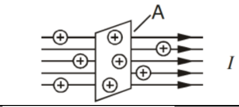
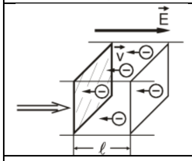
Verschiebungsdichte in Materie

$$\vec{D} = \varepsilon * \vec{E}$$

Bewegte elektrische Ladungen

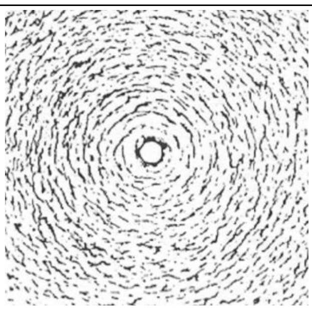
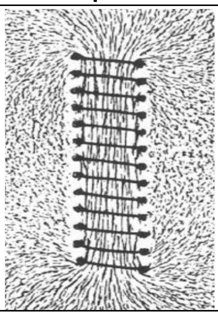
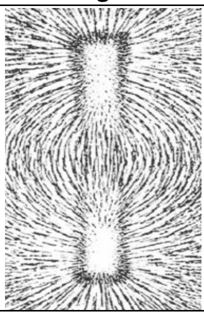
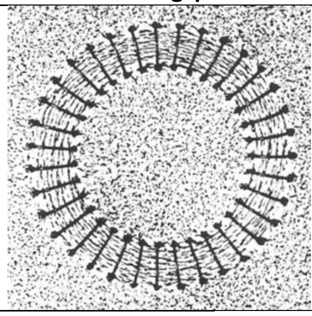
Elektronenvolt	Coulombbarriere	
$1eV = e * 1V = 1.602 * 10^{-19} J$		

Der elektrische Strom

	**Definition der Stromstärke** $I = \frac{dQ}{dt}$	I	Strom	$[I] = A$
		Q	Ladung (also positiv)	$[Q] = C = A * s$
		t	Zeit	$[t] = s$
	**nur negativ** $I = e * A * v_- * n_-$ **negativ und positiv** $I = eA(v_- n_- + v_+ n_+)$	A	Fläche im Leiter	$[A] = m$
		n_-, n_+	Elektronendichte neg./pos.	
		v_-, v_+	Geschwindigkeit neg./pos. e^-	$\frac{m}{s}$
	Definition der Stromdichte $J = \frac{dI}{dA}$ $J = e * (v_- n_- + v_+ n_+)$	J	Stromdichte	$[J] = \cdots$
	$\vec{J} = \gamma * \vec{E}$	γ	spezifische Leitfähigkeit	$[\gamma] = \frac{1}{\Omega m}$
	$\rho = \frac{1}{\gamma}$	ρ	spezifischer Widerstand	$[\gamma] = \Omega m$

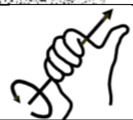
Das Magnetfeld und dessen Wirkung / 1

Feldlinienbilder

Leiter	Spule	Magnet	Ringspule
			

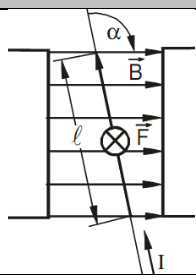
Gehen vom **Nordpol** zum **Südpol**
In sich geschlossen
Ungleichartige Pole ziehen sich an

Korkenzieherregel
bei Kreisstrom



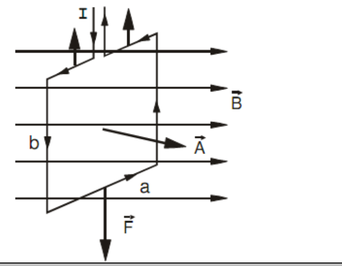
Lorentzkraft (auf eine bewegte Ladung in einem $\vec{B} - Feld$)

$\vec{F_L} = Q(\vec{v} \times \vec{B})$	Senkrecht zur Geschwindigkeit der Ladung → führt nie zu einer Energiezunahme Wenn v in Richtung von B, erfährt die Ladung keine Kraft Wenn v senkrecht zu B, macht die Ladung eine Kreisbahn		
$B = \frac{F}{I * l}$	B	Magnetische Flussdichte	$[B] = \frac{Vs}{m^2} = T\ (Tesla)$
$\vec{F} = I * (\vec{l} \times \vec{B})$	$\vec{F}$	Kraft auf einen geraden stromführenden Leiter	



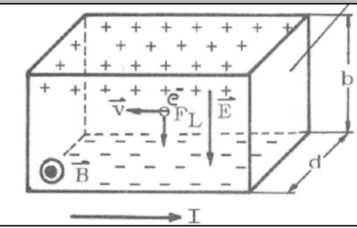
Das Magnetfeld und dessen Wirkung / 2

Drehmoment auf Leiterschleifen



$\vec{M} = I * (\vec{A} \times \vec{B})$	$\vec{M}$	Drehmoment auf Leiterschlaufe
	$\vec{A}$	Flächenvektor (gilt für alle diversen Flächen)
$\vec{M} = N * I * (\vec{A} \times \vec{B})$ $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$	$\vec{M}$	Drehmoment auf eine Spule
$\vec{m} = N * I * \vec{A}$	$\vec{m}$	Magnetisches Moment einer Spule
$\vec{A} \parallel \vec{B}$	$\vec{M} = 0$	
$\vec{A} \perp \vec{B}$	$\vec{M} = maximal$	

Halleffekt



1. Lorentzkraft wirkt auf e^- nach unten
2. e^- werden nach unten abgelenkt
3. Unten wird es negativ, oben positiv
4. Bewirkt $\vec{E} - Feld$: F_e wirkt nach oben
5. Bis: $F_e = F_L$

$$U_H = v * B * b$$
$$U_H = \frac{I * B}{n * e * d} = c_H * \frac{I * B}{d}$$

U_H	Hallspannung	$[U_H] = V$
$c_H = \frac{1}{en}$	Hallkonstante (Materialeigenschaft)	$[c_H] = \frac{m^3}{C}$
$v = c_H * J$	Geschwindigkeit der e^-	

Quellen des Magnetfeldes / 1

$\vec{B}$-Feld einer Punktladung

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} * \frac{q}{r^2} (\vec{v} \times \hat{r})$$

$\vec{B}$	Magnetfeld	$[\vec{B}] = {}^{N}/_{A * m}$
μ_0	Magnetische Feldkonstante	$\mu_0 = 4\pi * 10^{-7}\, {}^{N}/_{A^2}$
$\hat{r}$	Einheitsvektor in Richtung r	$\hat{r} = {}^{\vec{r}}/_{r}$

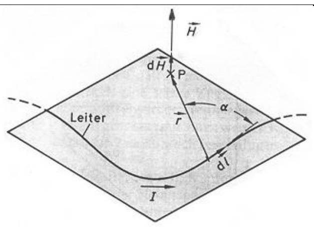
$\vec{v} \parallel \vec{r}$	$B = 0$
$\vec{v} \perp \vec{r}$	$B = max$

Magnetfeld von Strömen (Gesetz von Biot-Savart)

$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} * \vec{B}$	$\vec{H}$	$\vec{H}$-Feld: Magnetische Feldstärke	$[\vec{H}] = \frac{A}{m}$
$dH = \frac{1}{4\pi} * \frac{I}{r^2} (d\vec{l} \times \hat{r})$	Gesetz von Biot-Savart		

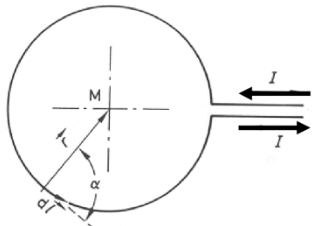
H-Felder

für Leiter in einer Ebene



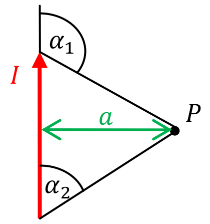
$$H = \frac{I}{4\pi} \int \frac{\sin \alpha}{r^2} dl$$

im Zentrum eines Kreisstroms



$$H = \frac{I}{2r}$$

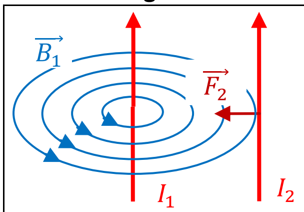
$\vec{H}$-Feld eines geraden Leiterstücks



$$H = \frac{I}{4\pi} \frac{1}{a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

sehr langen Leiter $H = \frac{I}{4\pi} * \frac{2}{a}$

Kraftwirkung zwischen 2 ∥ Leitern

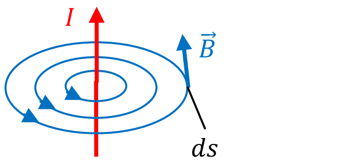


$$\vec{F_2} = I_2 * (\vec{l} \times \vec{B_1})$$

Gleichgerichtete parallele Ströme ziehen sich an,
entgegengesetzte parallele Ströme stossen sich ab.

Quellen des Magnetfeldes / 2

B-Feld des geraden Leiters



$$\oint \vec{B} * d\vec{s} = \mu_0 * I$$

$\oint$	Linienintegral einer geschlossenen Kurve
μ_0	Proportionalitätskonstante

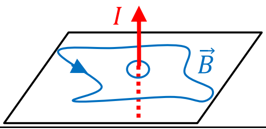
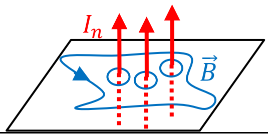
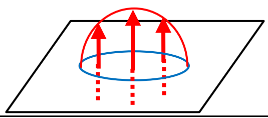
(gilt für einen beliebigen geschlossenen Integrationsweg)

Durchflutungsgesetz (Magnetfeld von Strömen)

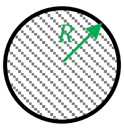
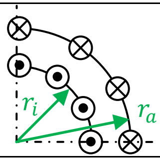
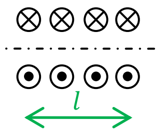
$$\oint \vec{B} * d\vec{s} = \mu_0 * \theta$$

Magnetische Spannung

$$U_M = \oint \vec{H} * d\vec{s} = \theta$$

Einen Strom	Mehrere Ströme	Allgemein
$\oint \vec{B} * d\vec{s} = \mu_0 * I$	$\oint \vec{B} * d\vec{s} = \mu_0 * \sum_{j=1}^{n} I_j$	$\oint \vec{B} * d\vec{s} = \mu_0 * \int_A \vec{J} * d\vec{A}$
		

Magnetfelder

langer, dicker, gerader Leiter	Kreisringspule	lange, dünne Zylinderspule
		
im Aussenraum $(r > R)$ $B(r) = \frac{\mu_0 * I}{2\pi} * \frac{1}{r}$	*im Zwischenraum* $(r < r_a)$ $B(r) = \frac{\mu_0 * N * I}{2\pi} * \frac{1}{r}$	$B(r) = \frac{\mu_0 * N * I}{l}$
Im Innenraum $(r < R)$ $B(r) = \frac{\mu_0 * I * r}{2\pi * R^2}$	*im Innen-/Aussenraum* $(r > R_a, r < R_i)$ $B(r) = 0$	

Die magnetische Induktion / 1

Magnetischer Fluss

Definition

$$\phi_m = \int \vec{B} * d\vec{A} = \int B * \cos\varphi * dA$$

Durchdringt ein Magnetfeld eine Fläche, so entsteht einen magnetischen Fluss

3 Arten zum verändern

1.	Magnetische Flussdichte $\vec{B}$	Trafospannungen
2.	Winkel phi zwischen $\vec{A}$ und $\vec{B}$	Bewegungsspannungen
3.	Grösse der Fläche $\vec{A}$	

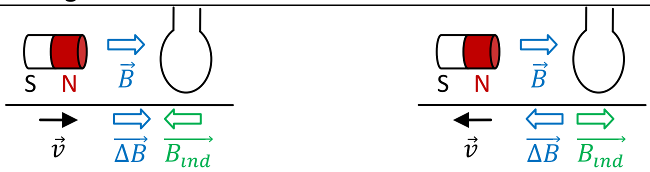
Induktionsgesetz

integrale Form (Spannungsstoss)	differentiale Form
$\int_{t_v}^{t_n} u_i(t) * dt = -N * \Delta\phi_m$	$u_i(t) = -N * \frac{d\phi_m}{dt}$
$t_n, t_v = Zeit\ nachher, vorher$	$\Delta\phi_m = \phi_m(t_n) - \phi_m(t_v)$

Vergleiche

Kraftstoss	Momentenstoss
$\int F(t) * dt$	$\int M(t) * dt$

Lenz'sche Regel



Der induzierte Vorgang läuft immer so ab, dass er der Ursache der Induktion entgegenwirkt.

Bewegungsspannungen (Induktion durch Bewegung)

Leiterschlaufe mit beweglichem Bügel	Drehung einer Leiterspule
$u_i(t) = B * l * v$	$u_i(t) = N * B * A * \omega * \sin(\omega t)$

Die magnetische Induktion / 2

Trafospannungen (Änderung des $\vec{B}$-Feldes)

Probespule im B-Feld

$$u_i(t) = -\mu_0 * A_{pr} * N_{pr} * \frac{N}{l} * \frac{dI(t)}{dt}$$

Idealer Transformator

$$U_2 = \frac{N_2}{N_1} * U_1 \qquad I_2 = \frac{N_1}{N_2} * I_1$$

Selbstinduktion

$$L(Induktion), \qquad [L] = \frac{Vs}{A} = H(Henry)$$

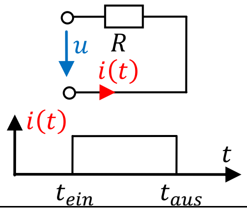
Spule als Generator	Spule als Verbraucher
$u_i(t) = -L * \frac{di(t)}{dt}$	$u_i(t) = +L * \frac{di(t)}{dt}$

Induktion einer langen und dünnen Spule

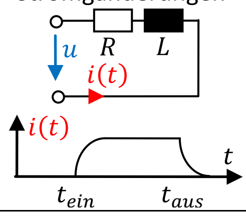
$$L = \mu_0 * \frac{N^2 A}{l}$$

Konsequenzen einer Induktivität

rein ohmscher Kreis



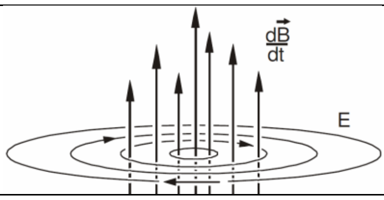
Kreis mit Induktivität „Trägheit gegenüber Stromgänderungen"



Energie im Magnetfeld

beim Einschalten $W_{ein} = \frac{1}{2}L * {I_0}^2$	$W = \frac{1}{2}\mu_0 H^2 * V = \frac{1}{2}B * H * V$
$w = \frac{dW}{dV}$	$w = \frac{1}{2}\mu_0 H^2 = \frac{1}{2}B * H$

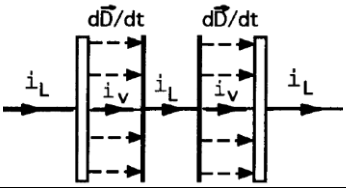
Elektrisches Wirbelfeld



$$u_i(t) = \oint \vec{E} * d\vec{s}$$

$$u_i(t) = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

Verschiebungsstrom i_v (ist kein echter Strom)



$$i_v = A * \frac{dD}{dt}$$

In einem idealen Leiter oder einem idealen Isolator ist:
$i_v = 0$

Magnetismus in Materie

ohne Material	$B_o = \mu_0 * H$	$(= im\ Vakuum)$
mit Material	$B_m = \mu_r * B_o$	$B_m = \mu_r * \mu_0 * H = \mu * H$

Definitionen

$\mu = \mu_r * \mu_0$		μ_r	relative Permeabilität	$[\mu_r] = (\ldots)$
		μ	absolute Permeabilität	
$J = B_m - B_o$	$J = (\mu_r - 1)B_o$	J	Magnetisierung des Materials	
$J = \chi * B_o$	$\chi = \mu_r - 1$	$\chi(chi)$	Suszeptilität	

Magnet-Klassen

Klasse	**Diamagnete**	**Paramagnete**	**Ferromagnete** (Permanentmagnete)
Beispiele	Bi, Cu, H_2O	Al, W, Ti, Pl	Fe, Co
Verhalten gegenüber Magnetfelder	versuchen zu entfliehen	werden hinzugezogen	werden stark hingezogen
μ_r	etwas unter 1 (10^{-5})	etwas über 1 (10^{-5})	weit über 1 $(10^2, 10^5)$
	$\mu_r \lesssim 1$	$\mu_r \gtrsim 1$	$\mu_r \gg 1$
	$B_m \lesssim B_o$	$B_m \gtrsim B_o$	$B_m \gg B_o$
	$\chi = neg$	$\chi = pos$	$\chi = pos$
Ursache	Lenz: $i_i \rightarrow \vec{B_i}$	Vorhandene Dipole richten sich aus	Weiss'sche Bezirke Hysterese
	$B_i \downarrow\uparrow B_o$	$B_i \uparrow\uparrow B_o$	

Entmagnetisierung

Durch Wechselstrom (von 50Hz herunterfahren)	Temperatur erhöhen, über Curie-Temperatur