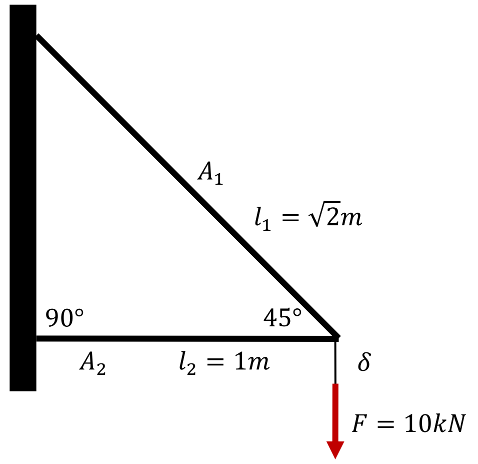
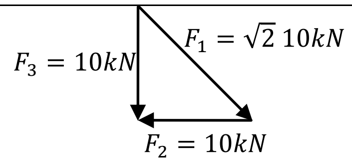
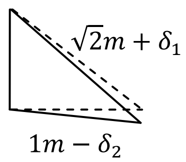
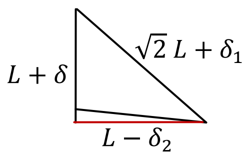
KIP - AUFGABEN

Übung 1 – Two-Bar-Truss

Aufgabenstellung

Skizze	Gegeben	Gesucht
	$\rho = 8000\frac{kg}{m^3}$ $E = 200\frac{kN}{mm^2}$ $Kosten = 3\frac{CHF}{kg}$ $\sigma_Z = 1\frac{kN}{mm^2}$ $\sigma_D = 1\frac{kN}{mm^2}$ $\delta \leq 1cm$ $\sigma \leq \sigma_Z$ $\sigma \geq -\sigma_D$	NLP: $K_{min}(A_1, A_2)$ **Näherungen** δ linear nähern (Taylor-Reihe 1.Ordnung) F1 und F2 bleiben unverändert keine Biegung

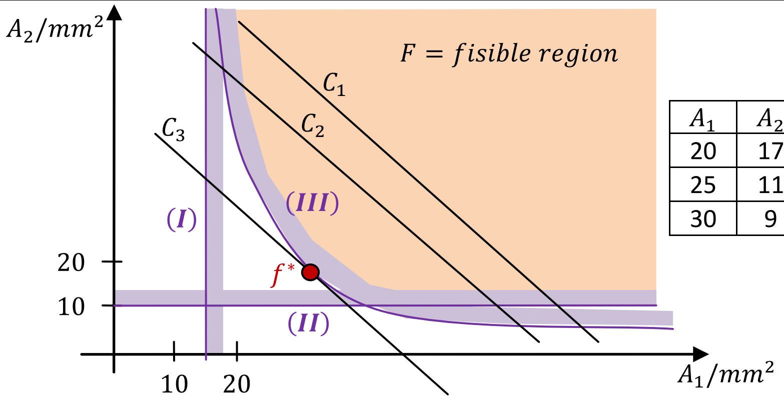
Algebraische Lösung

Design-Variablen	A_1, A_2	
1. Kräfte aufzeichnen (Parallelogramm)		$F_3 = F_1 + F_2$
2. Querschnitte ausrechnen über Spannungen	$\sigma_1 = \frac{F_1}{A_1} = \frac{\sqrt{2} * 10^4 N}{A_1} \leq \sigma_z$ $\sigma_2 = \frac{F_2}{A_2} = \frac{-10^4 N}{A_2} \geq -\sigma_D$	$A_1 \geq \sqrt{2} * 10mm^2$ $A_2 \geq 10mm^2$
3. Auslenkungen		$\sigma = E * \varepsilon = E * \frac{\delta_1}{\sqrt{2}m}, \quad \delta_1 = \frac{\sqrt{2}m * \sigma_1}{E} = \frac{10^2 mm^3}{A_1}$ $\sigma = E * \varepsilon = E * \frac{\delta_2}{1m}, \quad \delta_2 = \frac{1m * 10^4 N * \frac{1}{A_2}}{2 * 10^5 \frac{N}{mm^2}} = \frac{50mm^3}{A_2}$
4. Pythagoras	 und Taylor-Entwicklung $D = \sqrt{2} - 0.1\frac{1}{mm^2}A_1$	$L + \delta = \sqrt{\left(\sqrt{2}\,L + \delta_1\right)^2 - (L - \delta_2)^2}$ $= \sqrt{2L^2 + 2\sqrt{2}L\delta_1 + \delta_1^2 - (L^2 - 2L\delta_2 + \delta_2^2)}$ $= L\left(1 + \frac{2}{L}(\sqrt{2}\delta_1 + \delta_2) + \cdots\right)^{\frac{1}{2}}$ $\approx L\left(1 + \frac{1}{L}(\sqrt{2}\delta_1 + \delta_2)\right)$ $\delta = \sqrt{2}\delta_1 + \delta_2$ $\sqrt{2}\,\frac{100mm^3}{A_1} + \frac{50mm^3}{A_2} \leq 1cm$ $100mm^3\left(\frac{\sqrt{2}}{A_1} + \frac{1}{2\,A_2}\right) \leq 10mm$ $\frac{\sqrt{2}}{A_1} + \frac{1}{2\,A_2} \leq 0.1\frac{1}{mm^2}, \quad \Big\vert * A_1 A_2$ $\sqrt{2}\,A_2 + \frac{1}{2}A_1 \leq 0.1\frac{1}{mm^2}A_1 A_2$ $A_2\left(\sqrt{2} - 0.1\frac{1}{mm^2}A_1\right) \leq -\frac{1}{2}A_1$
5. Fallunterscheidung	$D < 0 \;\Rightarrow\; A_1 > 10\,\sqrt{2}mm^2$ $A_2 \geq \frac{-A_1}{2\sqrt{2} - 0.2\frac{A_1}{mm^2}}$	$D > 0 \;\Rightarrow\; A_1 < 10\,\sqrt{2}mm^2 \rightarrow falsch$ $A_2 \leq \frac{-A_1}{2\sqrt{2} - 0.2\frac{1}{mm^2}A_1}$

NLP

$min\ f(\mathrm{x})$	$f(A_1, A_2) = \rho * K * \left(\sqrt{2}\,A_1 + A_2\right) = \dfrac{2.4CHF}{mm^3}\left(\sqrt{2}\,A_1 + A_2\right)$
unter der Nebenbedingungen $g(x)$	$A_1 \geq 10 * \sqrt{2}\,mm^2$ (I) $A_2 \geq 10\,mm^2$ (II) $A_2 \geq -\dfrac{A_1}{2\sqrt{2} - 0.2\dfrac{A_1}{mm^2}}$ (III)

Graphische Lösung



A_1	A_2
20	17
25	11
30	9

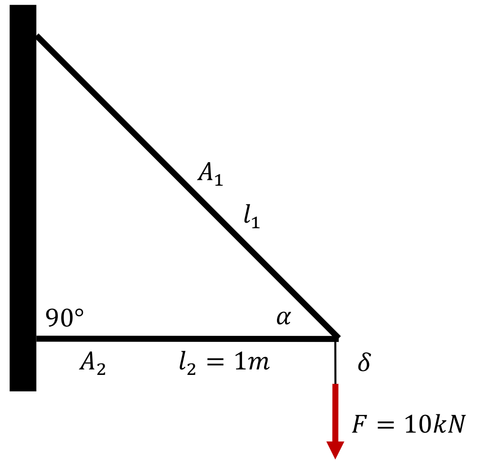
Steigung im Punkt f^* muss identisch sein

Konturlinie der Zielfunktion	$2.4\dfrac{Rp}{mm^2}\left(\sqrt{2}A_1 + A_2\right) = C$
auflösen nach A_2	$A_2 = -\sqrt{2}A_1 + \dfrac{C}{2.4\dfrac{Rp}{mm^2}}$
Ableitung von A_2	$\dot{A_2} = -\sqrt{2}$
Auf (III) ableiten ergibt:	$\rightarrow A_2^* = 15mm^2$ $\rightarrow A_1^* = 15\sqrt{2}mm^2$ $\rightarrow f^* = 1.08CHF$

Übung 2 – Two Bar Truss

Aufgabenstellung

Skizze



Gegeben

$$\rho = 8000 \frac{kg}{m^3}$$
$$E = 200 \frac{kN}{mm^2}$$
$$Kosten = 3 \frac{CHF}{kg}$$
$$\sigma_Z = 1 \frac{kN}{mm^2}$$
$$\sigma_D = 1 \frac{kN}{mm^2}$$

$$\delta \leq 1cm$$
$$\sigma \leq \sigma_Z$$
$$\sigma \geq -\sigma_D$$

Gesucht

NLP:

$$K_{min}(A_1, A_2, \alpha)$$

Näherungen

δ linear nähern (Taylor-Reihe 1.Ordnung)

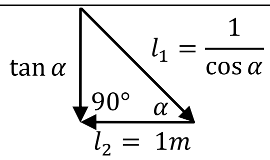
F1 und F2 bleiben unverändert

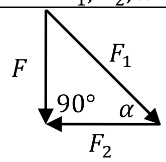
keine Biegung

Algebraische Lösung

Design-Variablen: A_1, A_2, α

1. Längen und Kräfte ausrechnen



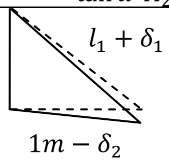


$$F_1 = \frac{F}{\sin\alpha}$$
$$F_2 = \frac{F}{\tan\alpha}$$

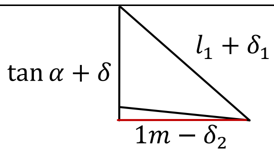
2. Querschnitte ausrechnen über Spannungen

$$\sigma_1 = \frac{F}{\sin\alpha \ A_1} \qquad A_1 \geq \frac{F}{\sin\alpha \ \sigma_Z}$$
$$\sigma_2 = \frac{-F}{\tan\alpha \ A_2} \qquad A_2 \geq \frac{F}{\tan\alpha \ \sigma_D}$$

3. Auslenkungen



4. Pythagoras



und Taylor-Entwicklung

$$\tan\alpha + \delta = \sqrt{\left(\frac{1}{\cos\alpha} + \delta_1\right)^2 - (1 - \delta_2)^2}$$
$$\delta = \frac{L * F}{E}\left(\frac{1}{\sin^2\alpha \ \cos\alpha \ A_1} + \frac{1}{\tan^2\alpha \ A_2}\right)$$

NLP

$min\ f(x)$

$$f(A_1, A_2, \alpha) = \rho * K * \left(\frac{A_1}{\cos\alpha} + A_2\right)$$

unter der Nebenbedingungen $g(x)$

$$A_1 \geq \frac{F}{\sin\alpha \ \sigma_Z} \qquad (I)$$
$$A_2 \geq \frac{F}{\tan\alpha \ \sigma_D} \qquad (II)$$
$$\frac{A_2}{\cos\alpha} + A_1 \cos^2\alpha \leq \frac{\delta_0 + E}{L\ F} A_1 A_2 \sin^2\alpha \qquad (III)$$

Übung 4 – Newton Verfahren

Gegeben

$$Min\ f(x), f konvex, f \in C^2$$
$$x \in [0,1]$$
$$f(x) = 10x^3 + x^2 - 1.6x + 2$$
$$x^* = 0.2$$

Gesucht

$$x_i \in [0.2 - \epsilon, 0.2 + \epsilon]$$
$$\epsilon = 10^{-8}$$

Lösung

$$f'(x) = 30x^2 + 2x - 1.6$$
$$f''(x) = 60x + 2$$

x_0	1	0	0.5
i	6	6	5
N_f	6	6	5
$N_{f'}$	6	6	5
$N_{f''}$	6	6	5

MATLAB-Files

```
function [ f, f1, f2 ] = myFunction( x )
%MYFUNCTION Summary of this function goes here
%   Detailed explanation goes here
    f = 10*x*x*x+x*x-1.6*x+2;
    f1 = 30*x*x+2*x-1.6;
    f2 = 60*x+2;
end
```

```
function [ i ] = newtonVerfahren( x0 )
    eps = 10^-8;
    x=x0;
    i = 0;
    while abs(0.2-x) > eps
        i=i+1;
        [f,f1,f2] = myFunction(x);
        x=x-f1/f2;
    end
end
```

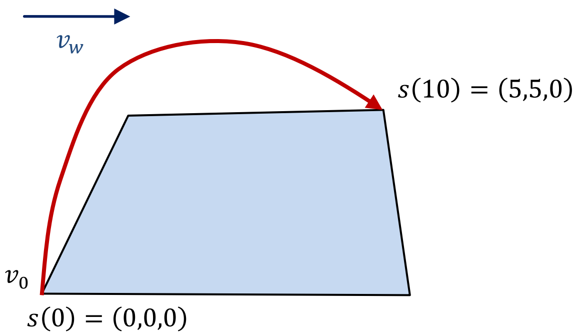
Übung 5 – Newton Verfahren

```
function [ i, x, x_hist] = newtonVerfahren_ueb5_2( x0, eps, n )

  x_i=x0;
    i = 1;

    [f,f1,f2] = myFunction_ueb5(x_i);
    x_ip1=x_i-f1/abs(f2);
    x_hist(i) = x_ip1;

    while abs(x_ip1-x_i)>eps && i<n
       x_hist(i) = x_ip1;
       i=i+1;
       x_i=x_ip1;
       [f,f1,f2] = myFunction_ueb5(x_i);
       x_ip1=x_i-f1/abs(f2);
    end

    x = x_ip1;
end
```

Übung 6 – Golfballproblem

Aufgabenstellung

Skizze



Gegeben

$$m = 1kg$$
$$t = 10s$$

Gewichtskraft:

$$F_G = m * g$$

Reibungskraft

$$F_R(t) = -0{,}1\left[\frac{kg}{s}\right](\dot{s} - v_w)$$

Wind

$$v_w = (w, 0{,}0)$$
$$w = 0, 0.1, 1$$

Gesucht

$$v_0 = (v_1, v_2, v_3)$$

Algebraische Lösung

Design-Variablen: v_1, v_2, v_3

1. DGL aufstellen

$$m * a = F_G - F_R(t)$$
$$m * \dot{v} = m * \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix} - 0.1(\dot{s} - v_w)$$

$$\dot{v_x} = \frac{-0.1 * v_x + 0.1 * v_w}{m}$$
$$\dot{v_y} = \frac{-0.1 * v_y}{m}$$
$$\dot{v_z} = \frac{-g - 0.1 * v_z}{m}$$

MATLAB:

```
function [ dy ] = rigid(t, y )
    vw = 0.1;                              %Wind in x-Richtung
    g = 9.81;                              %Gravitationskonstante

    dy = zeros(3,1);                       %leerer Vektor mit 3 Spalten
    dy(1) = - 0.1 * y(1) + 0.1 * vw;       %1.DGL in x
    dy(2) = -0.1 * y(2);                   %2.DGL in y
    dy(3) = -0.1* y(3) - g;                %3.DGL in z
end
```

2. Zielfunktion aufstellen

$$f(v_1, v_2, v_3) = (s_x(v_1, v_2, v_3, t = 10) - 5)^2 + \left(s_y(v_1, v_2, v_3, t = 10) - 5\right)^2 + \left(s_z(v_1, v_2, v_3, t = 10)\right)^2$$

wenn nun $f(v_1, v_2, v_3) = 0$, dann haben wir eine Lösung gefunden.

MATLAB:

```
function [ f , q] = Flugfunktion( v )
    [T,Y] = ode45(@rigid,[0 10],v);        %DGL ausrechnen
    q = trapz(T, Y);                       %Trapezintegration
    f = (q(1)-5)^2+(q(2)-5)^2+q(3)^2;      %Zielfunktion
end
```

3. PDOP lösen

```
%Für grafische Darstellung
options = optimset('Display', 'iter', 'PlotFcns', @optimplotx);
%Minimum suchen
[f] = fminsearch(@Flugfunktion, [10,10,10], options)
%Resultat ausgeben
Flugfunktion(f);
```

Aufgabe 7

Gegeben

$$f(x,y) = (x^2 + y - 11)^2 + (y^2 + y - 7)^2$$

1. Gradient	$\nabla f = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2(x^2 + y - 11) * 2x \\ 2(x^2 + y - 11) + 2(y^2 + y - 7) * (2y + 1) \end{pmatrix}$ $\nabla f = \begin{pmatrix} 2(x^2 + y - 11) * 2x = 4x^3 + 4xy - 44x \\ 2(x^2 + y - 11) + 2(y^2 + y - 7) * (2y + 1) \end{pmatrix}$
2. Hesse-Matrix	$\underline{\underline{H}}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} f_{xx}(\vec{x}) & f_{xy}(\vec{x}) \\ f_{yx}(\vec{x}) & f_{yy}(\vec{x}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12x^2 + 4y - 44 & 4x \\ 4x & \end{pmatrix}$

Übung 13.05.2013

NLP

$$\min f(x_1, x_2) = 2x_1^2 - x_2^2$$
$$x_2 \leq 3 - x_1$$
$$x_2 \leq 3 + 3x_1$$
$$x_2 \geq -6 + x_1^2$$
$$(A)\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \leq (b)$$