

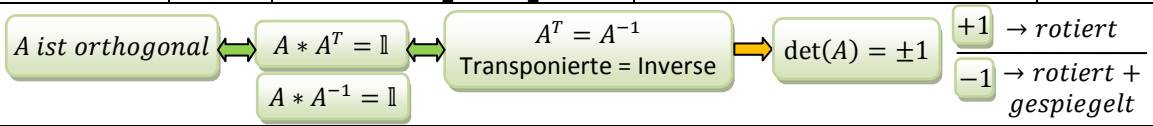
# MATRIZEN

## Definition (*i* = Zeile, *j* = Spalte)

<b>Matrix</b> (Grossbuchstabe)	$A = (a_{ij})$	$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$	$A = [2 \ 5 \ 7; 3 \ 6 \ 1]$ <code>A:=matrix([ [2,5,7], [3,6,1] ])</code>
<b>Element einer Matrix</b> (Kleinbuchstabe)	$a_{ij}$	$a_{12} = 5$ $a_{23} = 1$	$A(1,2) \rightarrow 5$ $A(2,3) \rightarrow 1$ $A[1,2] \rightarrow 5$ $A[2,3] \rightarrow 1$
<b>Dimension einer Matrix</b>	(Zeilen)x(Spalten) -Matrix	2x3 - Matrix	<code>size(A)</code> $\rightarrow 2 \ 3$ <code>linalg::matdim(A)</code> $\rightarrow [2,3]$

## Spezielle Matrizen

<b>Nullmatrix</b>	2x3	$\mathbb{0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	<code>zeros(2,3)</code> <code>matrix(2,3)</code>	$A * \mathbb{0} = \mathbb{0}$ $\mathbb{0} * A = \mathbb{0}$
<b>Diagonalmatrix</b> (quadratisch)	3x3	$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$	<code>diag([4,6,8])</code> <code>matrix(3,3,[4,6,8],Diagonal)</code>	
<b>Symmetr. Matrix</b> (quadratisch)	3x3	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 13 \\ -2 & 6 & 0 \\ 13 & 0 & 4 \end{pmatrix}$		
<b>Einheitsmatrix</b> (quadratisch)	3x3	$\mathbb{1} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}$	<code>eye(3)</code> <code>matrix::identity(3)</code>	$A * \mathbb{1} = A$ $\mathbb{1} * A = A$
<b>Inverse Matrix</b> (quadratisch)	3x3	$\left( A \mid \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix} \right) \rightarrow \left( \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix} \mid A^{-1} \right)$	<code>inv(A)</code> $A^{-1}$	$A * A^{-1} = \mathbb{1}$ $A^{-1} * A = \mathbb{1}$
<b>Transponierte</b>	2x3 $\rightarrow 3 \times 2$	$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$	$A'$ <code>linalg::transpose(A)</code>	$(A * B)^T = B^T * A^T$ $(A * B)^T \neq A^T * B^T$
<b>Orthogonale Matrix</b> Länge 1 Paarweise senkrecht	2x2	$A = \begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}$		$A * A^T = \mathbb{1}$ $A^T = A^{-1}$ $\det(A) = \pm 1$



<b>Matrizenmultiplikation</b>	$\begin{matrix} \boxed{\phantom{00}} & * & \boxed{\phantom{00}} & = & \boxed{\phantom{00}} \\ (n \times m) & & (m \times k) & & (n \times k) \end{matrix}$	$A * B$ $A * B$ $c_{11} = a_{11} * b_{11} + a_{12} * b_{21}$
-------------------------------	--	--

## Elementare Operationen

<b>Gleichheit</b> (gleiche Grösse & Inhalt)	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	<code>isequal(A,B) -&gt; 1/0</code> <code>matrix::equal(A,B) -&gt; true/false</code>
<b>Addition</b> (gleiche Grösse)	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$	$A+B$ $A+B$
<b>Multiplikation mit Skalar</b>	$2 * \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$	$2 * A$ $2 * A$
<b>Transponierte</b>	$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$	$A'$ <code>linalg::transpose(A)</code>

## Gesetze

<b>Kommutativgesetz</b>	$A * B \neq B * A$	$A^2 = A * A$ $A^8 = ((A^2)^2)^2$ $A * B = \mathbb{0} \nRightarrow A = \mathbb{0} \text{ oder } B = \mathbb{0}$
<b>Distributivgesetz</b>	$A * (B + C) = A * B + A * C \neq B * A + C * A$	
<b>Assoziativgesetz</b>	$(A * B) * C = A * (B * C) = A * B * C$	

## Rang und Determinante

<b>Rang</b>	$\text{Rang} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 2 < n$  $\text{Rang} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = 3 = n$	$A$ ist regulär $\iff$ $\text{Rang}(A) = n$ $\iff$ $\det(A) \neq 0$ $\iff$ $A$ ist invertierbar	$A$ ist singulär $\iff$ $\text{Rang}(A) < n$ $\iff$ $\det(A) = 0$ $\iff$ $A$ ist <b>nicht</b> invertierbar
-------------	--	---	--