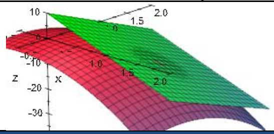
PARTIELLE ABLEITUNG

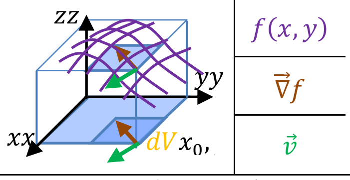
Partielle Ableitungen	Ableitung nach x / x-Achse	Ableitung nach y / y-Achse	2te Ableitung nach x/x-Achse	2te Ableitung nach y/y-Achse	gemischte partielle Ableitungen
	$\frac{\partial f}{\partial x} = f_x$	$\frac{\partial f}{\partial y} = f_y$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f_{xx}$	$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f_{yy}$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x\, \partial y} = f_{xy} = f_{yx}$

Gradient senkrecht auf Isolinie	$\vec{\nabla} f(x,y) = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix}$	Richtung = Richtung des steilsten Anstiegs Betrag = Maximaler Aufstieg
Tangentialebene		Funktionswerte / Ableitung in x / Ableitung in y identisch: $z = f(x_0,y_0) + f_x(x_0,y_0)(x-x_0) + f_y(x_0,y_0)(y-y_0)$

Anwendungen

Extremalstellen	$\vec{\nabla} f(x,y) = 0 = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix}$	Suchen von Maximum, Minimum oder Sattelpunkten Unterteilen in Funktion, auf Strecke und an Endpunkten

Geometrie der 2ten Ableitung



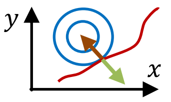
$\vec{\nabla} f = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$		$\Delta(x,y) = f_{xx} * f_{yy} - f_{xy}^2$		
		< 0	$= 0$	> 0
f_{xx} f_{yy}	< 0	Sattelpunkt	part. Abl. höherer Ordnung	lok. Max.
	$= 0$			
	> 0			lok. Min.

Hessematrix H und Taylor Reihe	$H = \begin{pmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{xy} & f_{yy} \end{pmatrix}$	$f(\vec{x_0} + \vec{\Delta x}) = f(\vec{x_0}) + \vec{\nabla} f(\vec{x_0}) * \vec{\Delta x} + \frac{1}{2} \vec{\Delta x}^T\, H\, \vec{\Delta x}$
Richtungsableitung	$\frac{\partial f}{\partial \vec{v}}(x_0,y_0) = \frac{\vec{v}}{\lvert\vec{v}\rvert} * \vec{\nabla} f(x_0,y_0)$	Steigung in Richtung $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$
	$\frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0, \quad \vec{\nabla} f * \vec{v} = 0$	Bewegung auf Höhenlinie (da Gradient ⊥ Höhenlinie)
Differentiation auf Pfaden	$z(t) = f\big(x(t), y(t)\big)$	Höhenprofil entlang des Pfades $z(x,y)$
	$Var\ 1{:}\ \frac{dz}{dt} = \frac{d}{dt} f\big(x(t),y(t)\big)$ $Var\ 2{:}\ \frac{dz}{dt} = f_x * \dot{x} + f_y * \dot{y}$	Steigung entlang eines Pfades $z(x,y)$ „Verallgemeinerte Kettenregel"

Extremwerte mit Nebenbedingungen NB

Max/Min	$f(x,y)$
NB	$g(x,y) = 0$

Grafische Lösung



Höhenlinien

$\vec{\nabla} f \parallel \vec{\nabla} g$

Lagrange Funktion Unklar ob Min oder Max, da 1ter Ordnung	$L(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda g(x,y)$ $L_x = 0 \quad L_y = 0 \quad L_\lambda = 0$
Alternativ durch Einsetzen NB(explizit) in Funktion setzen	$\bar{f}(x,y) = f\big(x, y(x)\big) = \cdots$ $f_x = 0, \quad f_y = 0$

Totales Differential =Talyor-Entwicklung in 2D (1. Ordnung)	$z_0 + \Delta z = f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y)$	**exakt**
	$\Delta z = f_x(x_0,y_0)\Delta x + f_y(x_0,y_0)\Delta y$	**Näherung durch Tangentialebene** auch mit mehr als 2 part. Ableitungen Fehler: $\sigma = \lvert \Delta z_{exakt} - \Delta z_{Diff} \rvert$