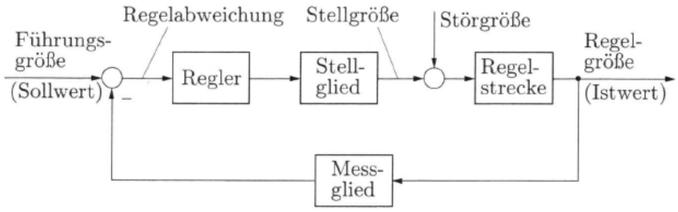
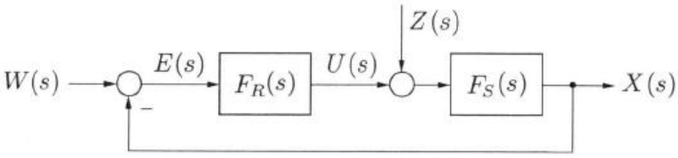
REGELN

Grundbegriffe

Standardregelkreis



station. Regelabweichung [%] $\lim_{t\to\infty}\frac{e(t)}{w_0} = \lim_{s\to 0} s\,\frac{E(s)}{w_0}$



x_∞: $\lim\limits_{t\to\infty} x(t) = \lim\limits_{s\to 0} s * X(s)$

$F_W(s)$ hat ein Doppelpol → kein Überschwingen

$W(s)$	Führungsgrösse, Sollwert	
$X(s)$	Regelgrösse, Istwert	$= \underset{F_W(s)*W(s)}{durch\ Eingang} + \underset{F_Z(s)*Z(s)}{durch\ Störung}$
$E(s)$	Regelabweichung $E(s) = W(s) - X(s) = \frac{W(s)}{1+F_O(s)}$	
$U(s)$	Stellgrösse	
$Z(s)$	Störgrösse	
$F_R(s)$	Übertragungsfunktion des Reglers	
$F_S(s)$	Übertragungsfunktion der Regelstrecke	
$F_O(s)$	Übertragungsfunktion der offenen Regelschleife $F_O(s) = F_R(s) * F_S(s)$	
$F_W(s)$	Führungsübertragungsfunktion (durch schliessen des Regelkreises)	$= \frac{X(s)}{W(s)} = \frac{F_O}{1+F_O}$
$F_Z(s)$	Störungsübertragungsfunktion (durch Störgrösse $Z(s)$)	$= \frac{X(s)}{Z(s)} = \frac{F_S}{1+F_O}$

Systeme

$x_e(t)$ → **dynamisches System** ($g(t)$) → $x_a(t) = g(t) * x_e(t)$ **Zeitbereich**

$X_e(s)$ → **dynamisches System** ($G(s)$) → $X_a(s) = G(s) * X_e(s)$ **Laplace**

Frequenzgang

$u(t) = \hat{u}\cos\omega t$ → $G(j\omega)$ → $x(t) = \hat{x}\cos(\omega t + \varphi)$

$$G(j\omega) = \frac{\hat{x}}{\hat{u}} * e^{j\varphi} = Re[G(j\omega)] + j * Im[G(j\omega)]$$

$$e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t$$

Zusammengesetzte Frequenzgänge

$G(j\omega) = G_1(j\omega) * G_2(j\omega)$	grafisch addieren
$G(j\omega) = \frac{1}{G_1(j\omega)}$	spiegeln an x-Achse
$\arg G(j\omega) = \arg G(j\omega) + \arg G(j\omega)$	grafisch addieren

Amplitudengang

Grenzwerte einzeichnen
$\omega = 0$ $\omega = \infty$ $\omega_k = 1/T$
Abweichung bei Knickfrequ. = 3 dB
Steigung = $\pm\ 20dB/Dekade$
Durchstosspunkt ω_D

Phasengang

Phase = $\pm$ 1 Dekade
Mitte = bei Knickfrequ. ω_k

DGL im Realen $a_n x_a^{(n)}(t) + \dots + a_1\dot{x}_a(t) + 1 * x_a(t) = b_m x_e^{(m)}(t) + \dots + b_1\dot{x}_e(t) + b_0 x_e(t)$

↑ Inverse Laplace ↓ Laplace

DGL im Laplace-Bereich $X_a(s) * \left(a_n s^{(n)} + \dots + a_1 s + 1\right) = X_e(s) * \left(b_m s^{(m)} + \dots + b_1 s + b_0\right)$

↑ Patialbruchzerlegung ↓ Identifikation

Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{X_a(s)}{X_e(s)} = \frac{b_m s^n + \dots + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + 1}$ $G(s) = \mathcal{L}\{g(t)\} = \mathcal{L}\left\{\frac{x_a(t)}{x_e(t)}\right\}$

$m \le n$

↑ ↓ $s \to j\omega$, $G(s) \to G(j\omega)$

Frequenzgang Bodediagramm

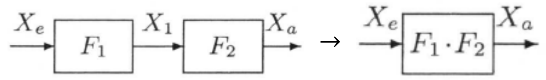
Amplitudengang Betrag $|G(j\omega)| = \sqrt{[Re\ G]^2 + [Im\ G]^2}$

Phasengang Phase $\varphi(\omega) = arctan\frac{[Im\ G]}{[Re\ G]}$ $\arg\big(G(j\omega)\big) = \arctan\left(\frac{Im\ Z}{Re\ Z}\right) - \arctan\left(\frac{Im\ N}{Re\ N}\right)$

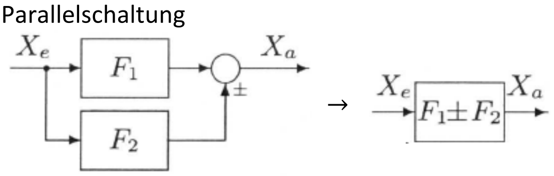
Algebra von Blockschaltbilder

Duch Vereinfachen

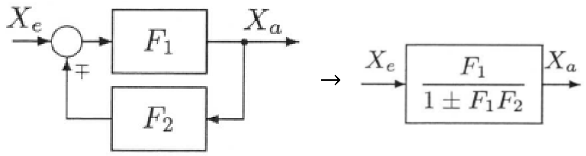
Serienschaltung



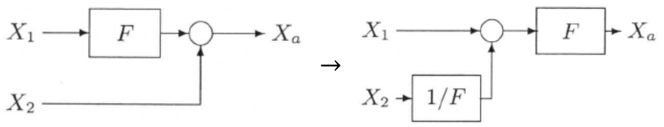
Parallelschaltung



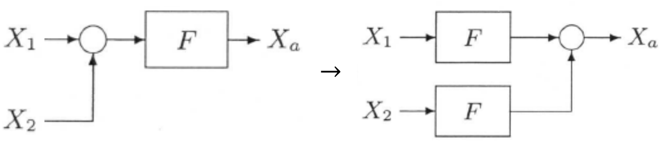
Rückkopplung



Mischstelle nach vorne



Mischstelle nach hinten



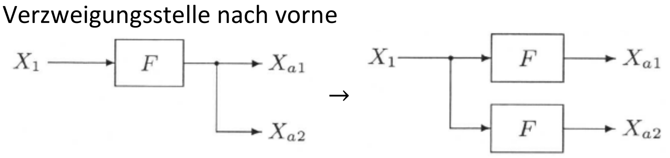
Mason-Regel

1. P_i (Vorwärtspfade) definieren (Vorzeichen beachten)
2. C_i (Schleifenpfade) definieren (Vorzeichen beachten)
3. Π_i Produkt von Schleifen (Produkt der Berührende = 0)
   $\sum \Pi_1 = C_1 + C_2 + C_3$
   $\sum \Pi_2 = C_1 * C_2 + C_1 * C_3 + C_2 * C_3$
   $\sum \Pi_3 = C_1 * C_2 * C_3$
4. $\Delta = 1 - \sum \Pi_1 + \sum \Pi_2 - \sum \Pi_3$ (Netzwerkdeterminante)
5. $\Delta_i = \cdots$ (Kofaktoren; fast identisch mit Schritt 3+4)
   (Vorwärtspfade mit Schleifen, die sich nicht berühren
6. $G(s) = \frac{1}{\Delta} * (P_1 * \Delta_1 + P_2 * \Delta_2 + \cdots)$

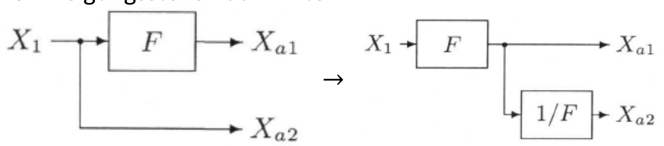
$$F_{geschlossen} = \frac{Vorwärtspfad}{1 \pm Schleifenpfad}$$

Vorzeichenwechsel beachten!!

Verzweigungsstelle nach vorne



Verzweigungsstelle nach hinten



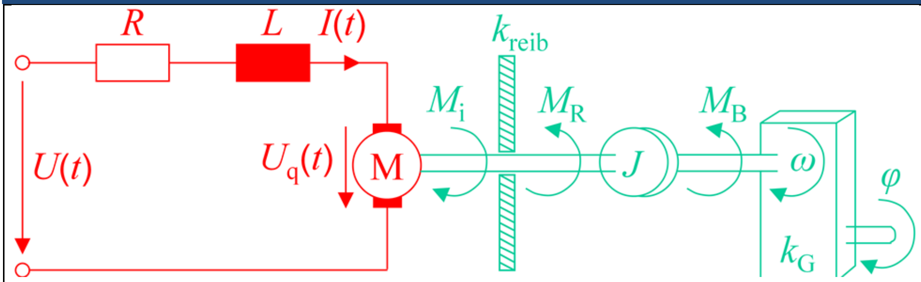
Rückgekoppelte Glieder

von \ mit	D	PD	PT1
I	P	PI	IT1
PT1	DT1	PDT1	PT2

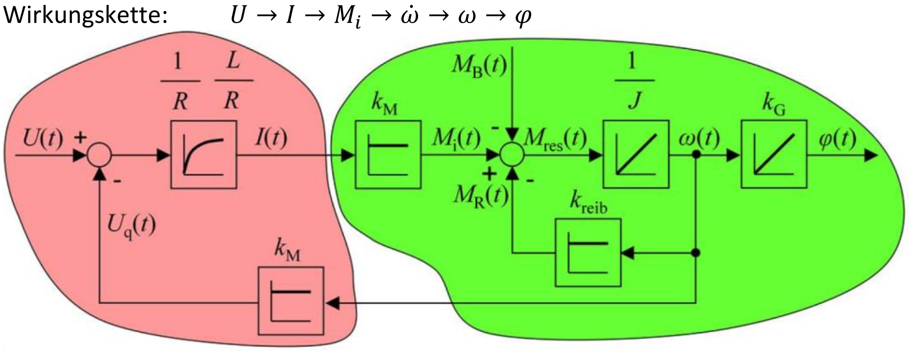
Von einem Glied siehe Pfeil

Von mehreren Gliedern siehe Tabelle

DC-Motor



Wirkungskette: $U \to I \to M_i \to \dot{\omega} \to \omega \to \varphi$

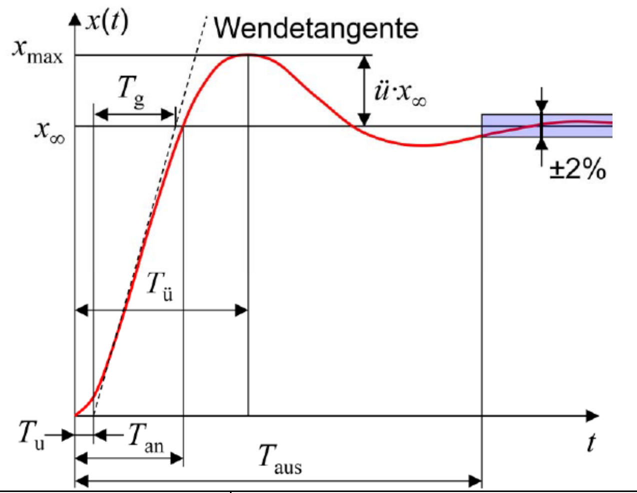
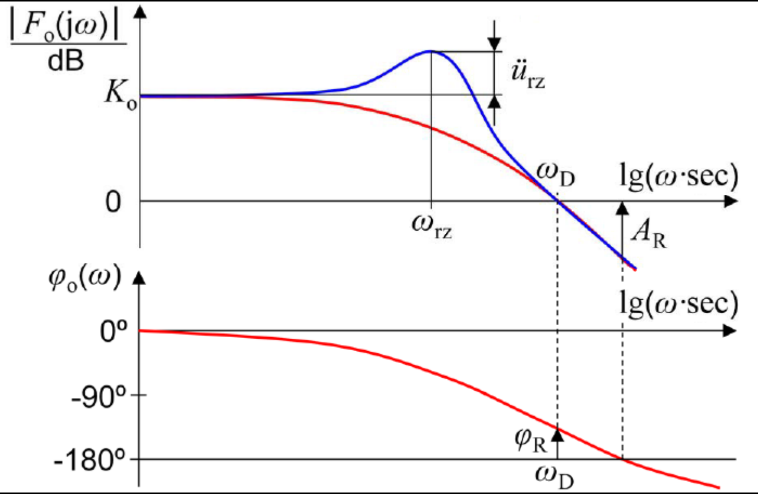


elektrisches Ersatzmodel mechanisches Ersatzmodel

$$G_\omega(s) = \frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{\frac{k_M}{k_M^2 + R * k_{reib}}}{1 + s * \tau_m + s^2 * \tau_m * \tau_{el}}, \quad G_\varphi(s) = \frac{\varphi(s)}{U(s)} = \frac{k_G}{s} * G_\omega(s)$$

$U = U_{Mot}$	Motorspannung $U = U_q + U_R$
U_q	Induzierte Spannung $U_q(t) = k_M * \omega(t)$
$I = I_{Mot}$	Motorstrom
R	Widerstand der Ankerwicklung
L	Induktivität der Ankerwicklung
$T = \frac{L}{R}$	Ankerzeitkonstante
k_M	Motorkonstante
k_{reib}	
J	Trägheitsmoment des Antriebs (Motor+Last)
ω	Winkelgeschwindigkeit
$M_i = M_M$	erzeugtes Motormoment $M_i(t) = k_M * I(t) = M_B + M_R$
$M_B = M_L$	Belastungsmoment
M_R	Reibmoment
k_G	Getriebebeiwert
φ	Winkel
$G_\omega(s)$	Drehzahl: $PT_2 - Glied$
$G_\varphi(s)$	Drehwinkel: $PT_2 + I - Glied$

Kennwerte einer Regelung

im Zeitbereich	im Frequenzbereich
	

T_{an}	Anegelzeit (bis erstmal x_e)	$ü_{rz}$	Resonanzüberhöhung
T_{aus}	Ausegelzeit (bis $\pm 2\%$)	ω_{rz}	Resananzfrequenz
$T_ü$	Überschwingzeit (bis max)	φ_R	Phasenrand
$ü = \frac{x_{max} - x_e}{x_e}$	Überschwingweite	A_R	Amplitudenrand
T_u	Verzugszeit	**Näherung**	
T_g	Anstiegszeit	$ü\,[\%] + \varphi_R[°] = 70$	

Betragsoptimum

$\lvert F_W(j\omega)\rvert = 1$ bis zu möglichst hohen Frequenzen	Formeln für Betragsoptimum	
-> indem möglichst viele Potenzen von ω verschwinden $\omega_D = \frac{1}{T}, möglichst\ gross, \quad \tau = T, möglichst\ klein$ mit $\omega^2 = 0$	$F_O(s) = \frac{1}{2 * T * s * (1 + sT)}$ danach Koeffizientenvergleich	$F_W(s) = \frac{1}{1 + 2T_1 s + 2T_1^2 s^2}$ $D = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad k = 1 \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{2}\, T_1}$

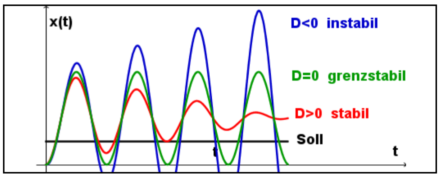
4 Anforderungen an den Regelkreis

Stabilität

asymptotisch stabil: Es gibt keine Anfangsbedingung und keine beschränkte Eingangsgrösse $x_e(t)$, sodass die $\lim_{t \to \infty} g(t) = 0$

Variante a) Bodediagramm- $G_0(s)$ untersuchen -> Stabilität von $G_W(s)$

bei $\lvert G_0(j\omega)\rvert = 1$	bei $\varphi = -180°$	sonst
$\varphi = \begin{cases} < -180° & stabil \\ = -180° & grenzstabil \\ > -180° & instabil \end{cases}$	$\lvert G(j\omega)\rvert \begin{cases} < 1 & stabil \\ = 1 & grenzstabil \\ > 1 & instabil \end{cases}$	$immer\ stabil$



Variante b) Stabilität des Nennerpolynom der Übertragungsfunktion untersuchen

stabil	im Nennerpolynom von $G(s)$ sind alle Koeffizienten von s enthalten und besitzen das gleiche Vorzeichen → alle Polstellen der Übertragungsfunktion haben einen negativen Realteil → Polstellen in der linken Ebene
instabil	mindestens eine Polstelle der Übertragungsfunktion einen positiven Realteil hat
grenzstabil	Polstellen liegen auf der imaginären Achse

Ausreichende stationäre Genauigkeit

Ziel	Berechnung	Resultat	
Übertragung auf 1 $F_W(s) = 1$	$F_W(s) = \frac{F_0(s)}{1 + F_0(s)} \to \lim_{t \to \infty} x(t) = \lim_{s \to 0} s\, F_W(s)\, W(s)$	I-Anteil im Regler	stabil (=1)
		I-Anteil in Regelstrecke	stabil (=1)
Störung auf 0 $F_Z(s) = 0$	$F_Z(s) = \frac{F_S(s)}{1 + F_0(s)} \to \lim_{t \to \infty} x(t) = \lim_{s \to 0} s\, F_Z(s)\, Z(s)$	I-Anteil im Regler	stabil (=0)
		I-Anteil in Regelstrecke	instabil $\left(\frac{d_R}{n_R}\right)$ -> Regelfehler

Grundprinzip: $e_\infty \to 0$, Untersuchung mit dem Laplaceschen Endwertsatz

Ausreichende Dämpfung

$wenn\ \ D \uparrow$	$Ü \downarrow \quad (Überschwingweite)$
	$\varphi_R \uparrow \quad (Phasenrand)$ des aufgetrennten Regelkreises

genügen schnell

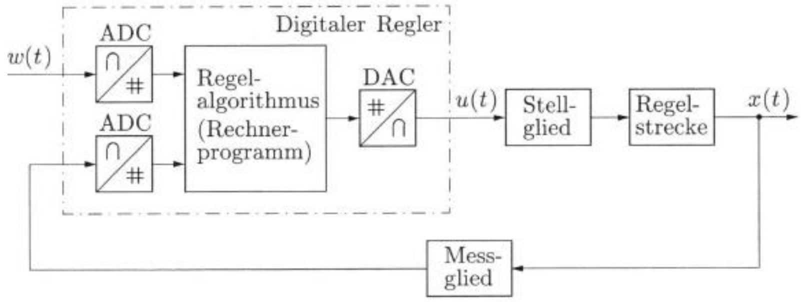
$wenn\ \ T_ü \downarrow$	$dann\ \ \omega_D \uparrow \quad$ (Durchtrittfrequenz) des Amplitudengangs	$da \quad T_ü \sim \frac{\pi}{\omega_D}$
Ziel	$\omega_D\ von\ F_0(s)$ möglichst weit nach rechts (grosse Bandbreite)	

Reglerentwurf

Nach Ziegler-Nichols	Verfahren nach Chien, Hrones und Reswick
P-Regler an Stabilitätsrand bringen → k_{krit} Periodendauer der Dauerschwingung messen → T_{krit} in Tabelle schauen → k_R, T_N, T_V	Sprungantwort annähern durch T_t+PT_1-Glied $F_s(s) = K_s * \frac{e^{-sT_t}}{1+sT_s}$ $(Totzeit + PT_1 - Glied)$
Falls experimentieren gefahrlos möglich ist	praktisch, da Verzögerung und kein Überschwingen

Kaskadenregelung = mehrere Teilsysteme in Reihe

Digitale Regelung (Abtastregelung)



Integrator-Windup: falls Stellgrösse begrenzt und I-Anteil vorhanden
Anti-Windup: Verhinderung des starken Überschteigen der Sollgrösse

Abarbeitung in äquidistanten Abtastpunkten
Sind heutzutage Standard
Abtastzeit (Sampling Time) T_s
Faustregel: $T_s = 0.05\,..\,0.1$

$$\frac{de}{dt} \Rightarrow \frac{e(kT_s) - e[(k-1)T_s]}{T_s}$$

$$\int_0^t e(\tau)\, d\tau \Rightarrow T_s \sum_{i=0}^{k} e(iT_s)$$

y_k: $Stellungsalgorithmus$ (Integration im Rechner)
Δy_k: $Geschwindigkeitsalg.$ (Integr. in Regelstrecke)

Linearisierung und Modellbildung

Theoretische Modellbildung

el.Schaltung $\rightarrow F_s(s) = \frac{U_a}{U_e}$ →Glied

mech. Aufbau $\rightarrow \sum \vec{F} = m * \vec{a}$ →DGL $\rightarrow F_s(s)$ →Glied

lineare DGL	$\sum_{i=0}^{N} a_i x_e^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^{N} a_j x_a^{(j)}(t)$
nichtlineare DGL	$x^2(t) + \dot{x}(t) = y^3(t) + \dot{y}^2(t)$ -> Linearisierung im Arbeitspunkt

Experimentelle Modellbildung (Identifikation)

1. $x_e(t) = \sigma(t) * A$
2. Aufnahme: $x_a(t) = g(t) * A$
3. Ableitung: $h(t) = \frac{dg(t)}{dt}$
4. Rücktransform. $h(t) \circ\!\!-\!\!\bullet F_s(s)$

Linearisierung

<u>Vorgehen</u>

1. Ermittlung der Ruhelagen $0 = f(x_{a0}, x_{e0})$
2. Abweichungen bestimmen
$$\Delta x_a = x_a - x_{a0}$$
$$\Delta x_e = x_e - x_{e0}$$
$$\Delta \dot{x}_a = \dot{x}_a$$
3. Linearisieren mit Taylor
$$x_a(t) = f(x_{a0}, y_{e0}) + \frac{df(x_a, x_e)}{dx_a} * (x_a - x_{a0}) + \frac{df(x_a, x_e)}{dx_e} * (x_e - x_{e0})$$

<u>Schlussfolgerung</u>

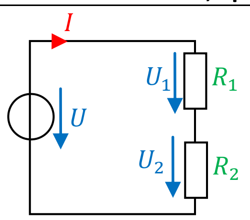
- Linearisiserung gilt falls $\Delta x_a, \Delta x_e$ klein sind
- $F_s(s)$ ist abhängig von AP (Arbeitspunkt)
- Annäherung durch die Tangente im Arbeitspunkt

Formel vom Praktikum $G_O(s) = \frac{K_R K_{Mot}}{s\,\tau_{mech}(1+sT_{RC})}$

Elektrotechnik

R	$u(t) = R * i(t)$	$U(s) = R * I(s)$	$\underline{Z} = R$
L	$u(t) = L * \frac{di(t)}{dt}$ $i(t) = \frac{1}{L}\int u(t)\, dt$	$I(s) = \frac{U(s)}{L * s}$ $U(s) = L * s * I(s)$	$\underline{Z} = j\omega L$
C	$i(t) = C * \frac{du(t)}{dt}$ $u(t) = \frac{1}{C}\int i(t)\, dt$	$I(s) = C * s * U(s)$ $U(s) = \frac{1}{C * s} I(s)$	$\underline{Z} = -j\frac{1}{\omega C}$

Maschensatz, Spannungsteiler



$$\frac{U_2}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Mechanik

Statik	$\sum_{i=1} \vec{F_i} = 0$
Dynamik	$\sum_{i=1} \vec{F_i} = m * \ddot{\vec{s}}$

$$m * \ddot{x} = F(t) - k_{dämpf} * \dot{x} - k_{feder} * x$$

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + k_{dämpf}s + k_{feder}}$$