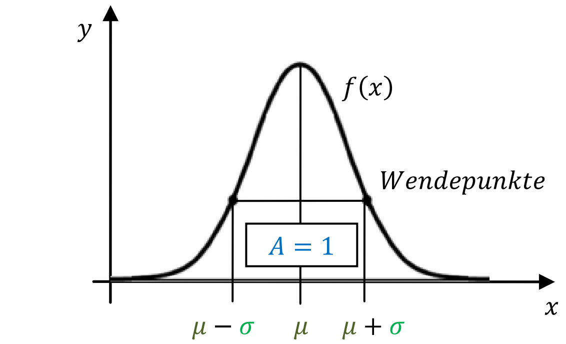
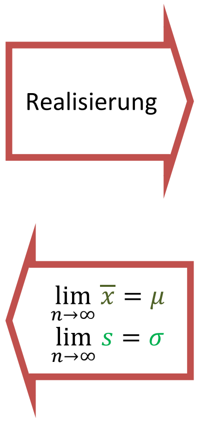
# STATISTIK, GAUSS

## Gaußsche Normalverteilung (Theorie)

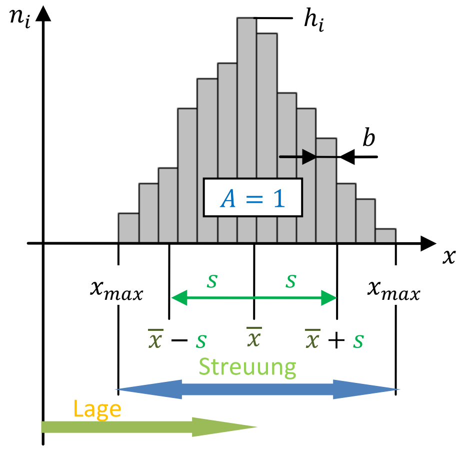
**Gebrauch**: bei n > 100




$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} * \sigma} * e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$




## Histogramm (Praxis)




| | | | |
|---|---|---|---|
| $X$ | Zufallsvariable | | |
| $f(x)$ | Dichte der Normalverteilung | $f(x) \geq 0$ | |
| $F(x)$ | Verteilungsfunktion<br>Fläche unter $f(x)$<br>„monoton steigend“ | $= \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$<br>$0 \leq F(x) \leq 1$ | |
| $A$ | Fläche der Normalverteilung | $= \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$ | Fläche |
| $\mu$ | Erwartungswert | $= \int_{-\infty}^{\infty} x * f(x)dx$ | Lage |
| $\sigma$ | Standardabweichung von X | | Streuung |
| $\sigma^2$ | Varianz von X | $= \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx$ | |
| | Standardnormalverteilung<br>$\sigma = 1 \; und \; \mu = 0$ | $= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} * e^{-\frac{1}{2}x^2}$ | |

| | | |
|---|---|---|
| $n$ | Anzahl Messungen | |
| $m$ | Klassen | $\approx \sqrt{n}$ |
| $b$ | Klassenbreite | $= \frac{R_{max} - R_{\min}}{m}$ |
| $h_i$ | Klassenhöhe | $= r_i / b$ |
| $n_i$ | Absolute Häufigkeit | |
| $r_i$ | relative Häufigkeit | $= n_i / n$ |
| $A$ | Fläche des Histogramm | $= \sum_{i=1}^{n} b * h_i = 1$ |
| $\overline{x}$ | Mittelwert<br>arithm. Mittel | $= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$ |
| $s$ | emp. Standard-abweichung | $= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}$ |
| $s^2$ | empirische Varianz | |
| $s_{\overline{x}}$ | emp. Standardabweichung des Mittelwertes | $= \frac{s}{\sqrt{n}}$ |

**Wahrscheinlichkeiten**

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_x(t)dt$$

$$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 68.3\%$$
$$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) = 95.5\%$$
$$P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) = 99.7\%$$

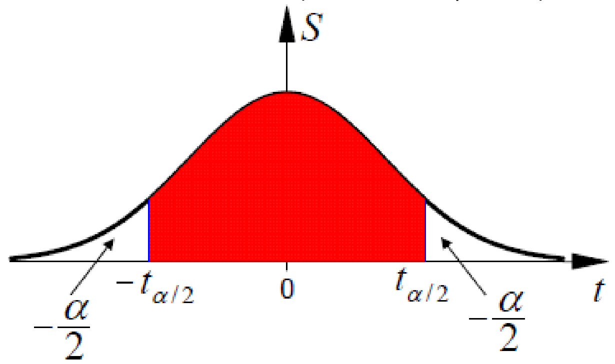
10x genauer = 100x mehr Messwerte

**Mehrere Histogramme (für $x \to \infty$)**

| | |
|---|---|
| Mittelwerte addieren | $\overline{x_c} = \overline{x_a} + \overline{x_b}$ |
| Varianzen addieren | $s_c^2 = s_a^2 + s_b^2$ |
| Standardabweichung | $s_c = \sqrt{s_a^2 + s_b^2}$ |

## Student t-Verteilung

**Gebrauch:** bei n < 30 (30<n<100 empfohlen)




**Zufallsvariable $T$**

$$T = \frac{\overline{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \quad im \; Vertrauensintervall \; [-t_{\alpha/2}, t_{\alpha/2}]$$

**Sicherheitswahrscheinlichkeit S**

$$S = P(-t_{\alpha/2} \leq T \leq t_{\alpha/2}) = P\left(-t_{\alpha/2} * \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \overline{x} - \mu \leq t_{\alpha/2} * \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

**Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha$**

$$\alpha = 1 - S$$

**Freiheitsgrad $\nu$**

$$\nu = n - 1$$

**Weitere Verteilungsarten**

Gleichverteilung, Exponentialverteilung, Dreiecksverteilung